

考前必看 SAT 数学常用公式

1. 韦达定理：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ，设两个解分别为 x_1, x_2 ，则有：

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

2. 一元二次方程求根公式： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

3. 直线方程过两点 $(a, b), (c, d)$ ，斜率公式为 $\text{slope} = \frac{d - b}{c - a}$

4. 平均数 = $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$

中位数：数据从小到大排列，如果是奇数项，中位数为位于中间的数值；如果是偶数项，则为中间两个数值的平均数

众数：数据中出现次数对多的数

极差 = 最大数 - 最小数

$$\text{标准差} = \sqrt{\frac{(x - x_1)^2 + (x - x_2)^2 + (x - x_3)^2 + \dots + (x - x_n)^2}{n}}$$

$$\text{方差} = \frac{(x - x_1)^2 + (x - x_2)^2 + (x - x_3)^2 + \dots + (x - x_n)^2}{n}$$

5. 概率： $P(A) = \frac{a}{n}$ (a 为事件 A 出现的数目，n 为所有可能出现的总数目)

6. 指数运算法则：

(1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

(2) $a^m / a^n = a^{m-n}$

(3) $(a^m)^n = a^{mn}$

(4) $a^{-m} = \frac{1}{a^m} (m > 0, a \neq 0)$

(5) $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

(6) $\frac{a^x}{b^x} = \left[\frac{a}{b}\right]^x$

(7) $a^0 = 1, (a \neq 0)$

(8) 正数的任何次幂都是正数；负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是整数

7. 根号运算

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \neq \sqrt{x + y}$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} \neq \sqrt{x-y}$$

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy}$$

$$\sqrt{x} / \sqrt{y} = \sqrt{x/y}$$

8. 分数幂:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \left(\frac{m}{n} \text{ 为最简分数, 当 } n \text{ 为正偶数时, } a^m \text{ 必为非负数} \right)$$

9. 多项式的分解:

提取公因式: $ab - ac = a(b - c)$

平方差公式: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

立方差公式: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

完全平方和公式: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

完全平方差公式: $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

10. 等差数列

第 n 项: $a_n = a_1 + (n-1)d$ (a_1 为首项, n 表示第 n 项, d 为公差)

等差级数 (前 n 项和): $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$

11. 等比数列

第 n 项: $a_n = a_1 q^{n-1}$

等比级数 (前 n 项和): $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} (q \neq 1)$ 或者 $S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q} (q \neq 1)$

$$S_n = na_1 (q = 1)$$

12. 勾股定理: $a^2 + b^2 = c^2$ (a, b 为直角边, c 为斜边)

13. 复数运算

$z = a + bi$ ($i = \sqrt{-1}$), 则有: $i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1$

加法法则: $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

减法法则: $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$

乘法法则: $(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (bc + ad)i$

除法法则: $\frac{a + bi}{c + di} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i$

14. 圆的方程表达式 $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ (h, k) 为圆的圆心, r 为半径。如果圆心为

原点, 则圆的表达式为 $x^2 + y^2 = r^2$

15. 三角函数

1) Quotient

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta} \quad \cos \theta = \frac{1}{\sec \theta} \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

2) Pythagorean

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

3) Periodicity

$$\sin(\theta + 2k\pi) = \sin \theta$$

$$\cos(\theta + 2k\pi) = \cos \theta$$

4) Symmetry

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

5) Double angle formulas

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

6) Sum and difference of two angles

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

7) 正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad (R \text{ 为三角形外接圆半径})$$

8) 余弦定理

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \quad (\text{B 为 } a \text{ } c \text{ 边的夹角})$$