www.hanlin.io
仅内部使用,严禁商用

研究题目：球状物体在漏斗形边界流场中的动态稳定状态

关键词:伯努利原理；漏斗形流场；动态稳定状态

2019 年 6 月 4 日

摘要

www.hanlin.io
仅内部使用,严禁商用

对一个漏斗口向内吹气，可以让轻质小球吸附在漏斗口处. 从物理上来说，这是球形物体在一漏斗形流场中的动态稳定悬浮过程. 本文对这一现象进行了研究，分析了小球在漏斗口处的不同现象. 我们把空气看做粘度可忽略不可被压缩的理想流体，定量分析了小球受到的气压梯度力，并利用 COMSOL 模拟真实流场，绘出小球受力随球大小、风速大小的关系的图像. 在此基础上，我们设计实验定性证明了小球所受气压梯度力越大，小球在漏斗口处悬浮状态越稳定，并探究了不同参数对小球稳定程度的影响，得到了小球稳定程度与各参量的定性关系.

www.hanlin.io
仅内部使用,严禁商用

1. 研究背景、目的及内容：

在初中物理基础课讲到伯努利原理时，物理老师拿出一个漏斗，使漏斗直径大的一边朝下，并向其中吹气，帮乒乓球放在漏斗口下方，小球却并没有因为吹气落下，反而吸附在了漏斗口处，由于对此现象兴趣的浓厚，我开始研究现象产生的原因，研究目的为分析此现象发生的原因及哪些参数会对实验结果造成影响.并在深入研究过后，通过此原理在实际生活中制作一个拾起装置运用在运输装配、等领域当中.

1.1 实验简介

如图 1 所示，通过从上往下向漏斗中吹入空气（漏斗大口朝下），把一定质量的小球贴合在漏斗口处，会观察到有趣的物理现象：小球被吸附在漏斗口处，并处于一种不掉落的较为稳定的状态.

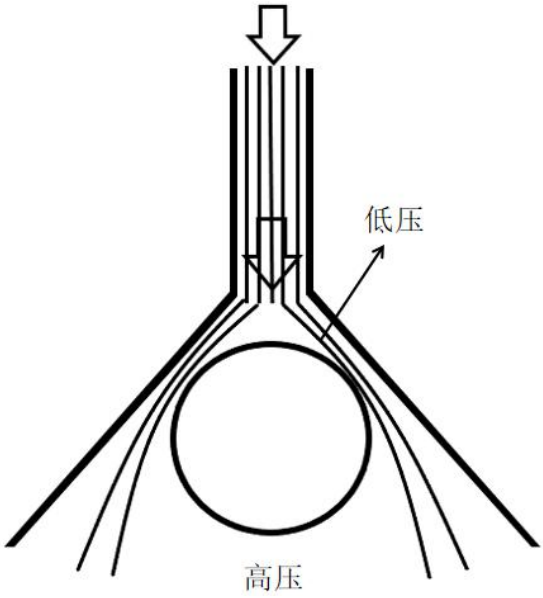


图 1 漏斗与球现象示意图

对于类似的现象，高志华，闫妍，申燕针[1]对向漏斗通入液体时，小球被拾起的条件进行了探究，并得出了受力与被拾起的关系式，并定性研究了水流速、漏斗开口角度、质量对吸起小球的最大质量的影响.

本文对向漏斗中吹入空气的现象进行了研究，分析小球的不同稳定方式，并给出了小球所受合力的表达式，以及小球能被拾起的条件，并探究了不同参数对小球稳定程度的影响，得出了小球的稳定程度与各参量的定性关系.

2　小球被拾起的不同现象

www.hanlin.io
仅内部使用,严禁商用

2.1 实验设计

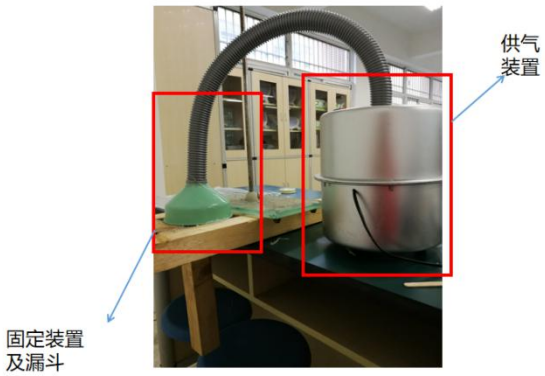


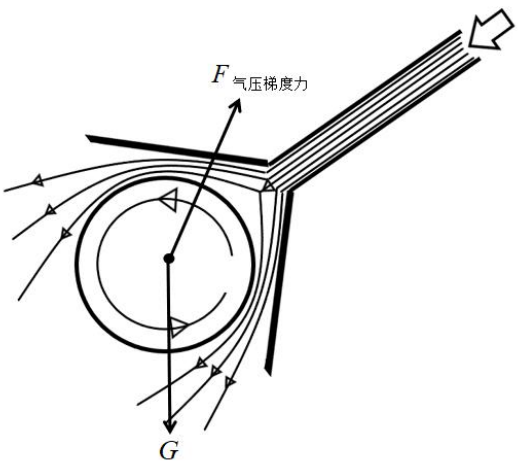
图 2 实验装置图

如图 2 所示为实验中搭建的实验装置，该装置用于初步观察小球稳定停留在漏斗口处的不同状态.其中供气装置为一个气泵，能提供稳定的气流；连接管道能保证气流的稳定性，固定装置固定漏斗避免漏斗震动对实验造成影响.移动固定装置，可以观察漏斗与水平面呈不同角度时小球的运动状态.

2.2 实验现象

2.2.1 竖直稳定旋转

通过观察实验现象发现，如图 3 所示，当漏斗倾斜，小球的气压梯度力为了使小球稳定在原有位置，小球定向旋转，使小球上方相对气体流速变大，使气压梯度力方向改变，方向向右上，小球向右上，与漏斗接触时，小球受到来自漏斗的方向向左下的压力，小球被弹开，如此反复，小球与漏斗不断碰撞，处于一种不掉落的稳定状态. 由于这一过程是动态的，所以小球在漏斗的流场中是一种动态稳定状态.



www.hanlin.io
仅内部使用,严禁商用

图 3 小球稳定旋转模型示意图

2.2.2 细微碰撞

漏斗竖直向下，如图 1 所示，小球受到向上的气压梯度力，向上运动，碰到漏斗壁的瞬间，受到来自漏斗壁的向下的压力，速度方向改变为向下，如此反复，由于一次碰撞过程周期较短，振动幅度较小，观察到的现象为小球不停快速振动，把此现象称为细微振动. 实验中研究的为细微振动的现象，并且为了使每次实验达到此现象，通过使用水平仪使漏斗水平，可达到控制小球始终处于轻微振动状态，控制变量的目的.

3 小球被拾起的理论模型

3.1 气压梯度力

对小球稳定时，与漏斗发生细微碰撞，小球与漏斗壁碰撞后在空中的瞬态进行理论分析.

由于吹风机能提供稳定的气流，则系统单位时间内流量大小确定，采用漏斗口处的气体流量来计算气体流量，漏斗口直径为 R，则漏斗口处横截面积 S_1 可表示

$$S_1 = \pi R^2 \tag{1}$$

漏斗口处气体流速为 v，则单位时间内流量 Q 可表示为

$$Q = S_1 v \tag{2}$$

在距离漏斗口处高度为 z 处截取一水平截面，则其气体通道横截面积 S_2 为

$$S_2 = \left[\left(R + \tan\theta\right)^2 - r^2 + \left(d - z\right)^2\right]\pi , \tag{3}$$

如图 4 所示，d 为小球球心距离漏斗口处距离为 z 处漏斗的直径，R 为小球半径，θ 为离漏斗距离为 z 处漏斗壁到漏斗口中心的连线与竖直方向上的夹角.

www.hanlin.io
仅内部使用,严禁商用

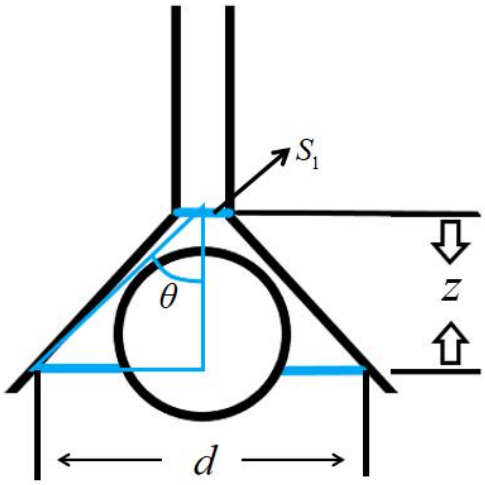


图 4　实验参量示意图

根据雷诺运输定理可得

$$S_1 v_0 = S_2 v(z) \tag{4}$$

根据伯努利方程[2-4]

$$\frac{1}{2}\rho v(z)^2 + \rho g h + p(z) = C \tag{5}$$

对其进行曲面积分, 可以得到小球所受到的气压梯度力 F

$$F(d, r, R_0, v_0, \theta) = \pi \int_{h-r}^{h+r} (h - z) p(z) \rho dz \tag{6}$$

导入 Mathmatica 对（6）式进行求解，以小球球心距离漏斗口处的距离 z 为变量，绘出小球所受气压梯度力 F 随小球球心距离漏斗口处距离 z 变化趋势图. 如图 5.

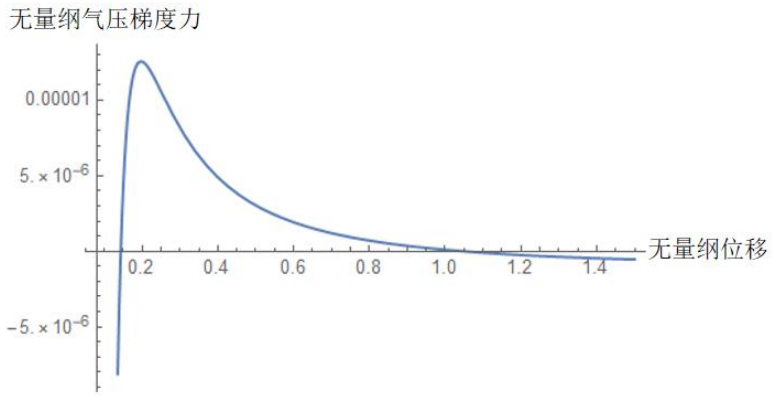


图 5　小球所受气压梯度力随小球球心距离漏斗口处位移 z 变化图

www.hanlin.io
仅内部使用,严禁商用

从图 5 可以看到，气压梯度力在小球球心距离漏斗口处距离很小的时候方向向下，随着小球离漏斗口距离的增大，小球所受气压梯度力逐渐减小然后反向，并且在距离漏斗口一定位置时达到最大值，随着距离减小，小球所受气压梯度力又逐渐减小，并最终反向.

由此看出小球运动离漏斗口距离过近时，受合力向下，运动减速反向，随着距离变大，气压梯度力变大，方向向上，小球所受合力向上，小球做向下的减速运动，然后反向又向上运动，如此反复，宏观表现为小球的不停高频振动.符合观察到的实验现象.

以小球直径为变量，做出小球所受气压梯度力随小球直径增大的变化图像，如图 6 所示.

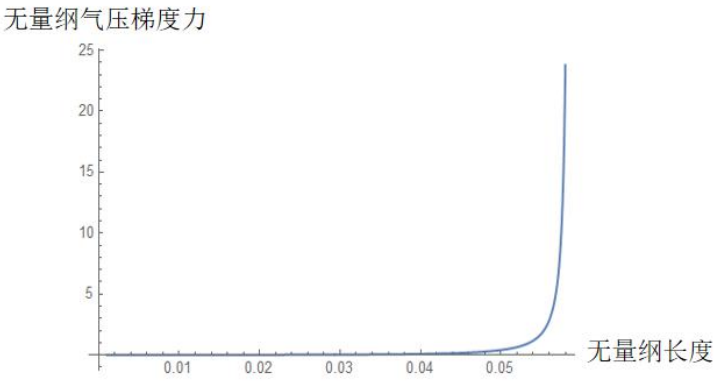


图 6　小球所受气压梯度力随小球直径变化图

由图 6 可以看到，在小球直径较小时，其气压梯度力相对较小，不明显，随小球体积的增大，小球所受气压梯度力呈上升趋势，且当小球体积增大到一定量，气压梯度力变化速度突然加快，其大小远超小球重力. 而实验中当小球直径增大，能吸起小球的最大质量变化速度远没有这么快，与实验中现象及生活常识较为不符，对其原因进行分析.

首先，理论中空气为不可压缩的理想流体，而实际情况下，空气会由于碰撞挤压等原因被压缩.由于空气通过漏斗向下运动时受到小球的阻挡，使小球上部分一部分气体被压缩，因此小球正上方存在一个气体密度较大，压强较大的区域，故在 Comsol 软件中对实际流场具体建模，以观察压强随位置分布图像.

在 Comsol 中建模，按实际参数给出一组参数后，上部为气体进口，下部为

www.hanlin.io
仅内部使用,严禁商用

出口，给定气体一个初速度，绘出系统中压强分布图，如图四所示.

如图 7 所示，小球斜上方压强较小，但小球正上方有一个压强很大的区域导致小球实际受到的气压梯度力偏小，当小球体积增大到一定值，压强大的部分变大，导致小球实际所受的气压梯度力与理论值相比偏小.

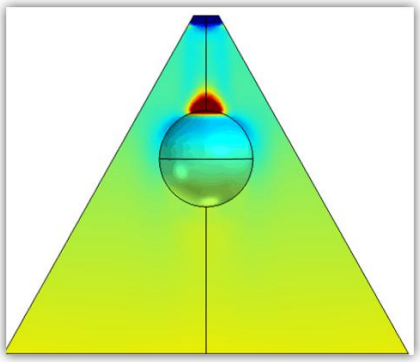


图 7　漏斗与球系统内气压分布趋势图

其次，气流与小球碰撞中动量发生传递，主要表现为风与小球间的摩擦力的合力，使小球整体受到一个向下的冲击力，使得小球受到的向上的合力变小.我们对冲击力进行分析计算，并得出冲击力的具体表达式.

3.2　冲击力

风在向下吹的时候，会对小球产生一个向下的冲击力，此力产生的主要原因是风与小球间的摩擦不可忽略，给小球一个总的向下的冲击力，实验中，风在运动过程中减少的动量转化为对小球的冲量，用此对小球所受的冲击力进行计算.

在漏斗口处取一段气体且其质量为 m，且气体密度为ρ则有

$$m = \rho v_{体} \tag{7}$$

根据（1）（2）式，则气体在漏斗口处的速度 v_1 可表示为

$$v_1 = \frac{Q}{s_1} \tag{8}$$

$$v_2 = \frac{Q}{s_2} \tag{9}$$

其中 v_1，s_1 分别为漏斗口处风速大小及漏斗口处横截面积，v_2，s_2 分别为小球底部气流稳定处能代表平均压强的风速大小及此处气流通道的横截面积，为一个定性值，R_1、R_2 为 s_1、s_2 处漏斗的横截半径.在 s_2 另一段气体，其质量也为 m，根

www.hanlin.io 仅内部使用,严禁商用

据动量定理可以得到风减小的动量为

$$\Delta P = mv_1 - mv_2 \tag{10}$$

风减小的动量转化为小球所受的冲量，根据冲量定理

$$F_{冲}\Delta t = mv_1 - mv_2 \tag{11}$$

联立（1）（2）（3）（4）（7）（8）（9）式

解得

$$F_{冲} = \frac{\rho Q^2}{\pi}\left(\frac{1}{R_1^{\,2}} - \frac{1}{R_2^{\,2}}\right) \tag{12}$$

其中，$F_{冲}$为小球所受冲击力大小. 从（10）式中可以看到 ，小球所受的的冲击力随空气流量的增大而增大，随漏斗口直径增大而变小.

3.3 气压梯度力简化模型

由于（6）式中气压梯度力表达式过于复杂，不易直接得出定性模型，故简化气压梯度力的计算，并结合冲击力表达式，得出小球总受力表达式. 设漏斗口处平均压强为 P_1，P_2，则有

$$p_1 = C - \rho g h - \frac{1}{2}\rho v_1^{\,2} \tag{13}$$

$$p_2 = C - \rho g h - \frac{1}{2}\rho v_2^{\,2} \tag{14}$$

$$F_{气} = \Delta p s \tag{15}$$

其中 $F_{气}$为小球所受气压梯度力

联立（1）（2）（8）（9）（13）（14）（15）得小球所受气压梯度力为

$$F_{气} = \frac{\rho Q}{\pi}\left(\frac{1}{R_1^{\,4}} - \frac{1}{R_2^{\,4}}\right)R_3 H \tag{16}$$

3.4 小球被拾起的条件

小球悬浮在漏斗口，需要满足的第一个条件是竖直方向所受流场施加的力大于其重力. 为了找到小球悬浮或者被拾起的条件，我们在这一节中研究小球所受流场施加的力. 根据实验观察，小球在漏斗口处运动时其运动主要为往复振动，

www.hanlin.io 仅内部使用,严禁商用

则设小球在碰撞后离开漏斗的瞬间所受到的力为 $F_{合}$，联立（12）（16）

得 $$F_{合} = F_{气} - F_{冲} \tag{17}$$

$$F_{合} = \frac{\rho Q}{\pi}\left(\frac{1}{R_1^{\,2}} - \frac{1}{R_2^{\,2}}\right)\left[\left(\frac{1}{R_1^{\,2}} + \frac{1}{R_2^{\,2}}\right)R_3 H - 1\right] \tag{18}$$

因为实际侧得小球下部的气压等于大气压，且 R_2 处流速几乎为 0，则 R_2 可看做无穷大则 $\frac{1}{R_1^2}$ 远远大于 $\frac{1}{R_2^2}$，则（18）式可近似看为

$$F_{合} = \frac{\rho Q}{\pi R_1^4}\left(R_3 H - 1\right) \tag{19}$$

R_3 为小球与漏斗接触面圆形的半径因此，当 $F_{合} < Mg$，小球不能悬浮，当 $F_{合} \geq Mg$，小球可以悬浮，且能拾起小球的最大质量 $M_{MAX} g = F_{合}$.

通过分析（19）式可知，当小球质量越大，小球所受合力越小，小球越不易稳定，当小球体积变小，R_1 不变，R_3 变小，小球所受合力变小，小球越不易稳定，当风速减小，气体流量减小，小球所受合力减小，小球越不易稳定. 且能拾起小球的最大质量与风速成正比.

4　实验探究，验证理论

为了验证小球的稳定性随不同变量的变化而变化的情况，设计如下实验，以小球的质量，体积，风速大小，漏斗口直径为变量，对理论进行验证.

4. 1　实验装置及实验方法

www.hanlin.io
仅内部使用,严禁商用

图 8 实验装置示意图

实验装置如图 8 所示，其中供气装置由一个风力可调的吹风机组成，其风速大小可以调 7 档，用来探究不同风速条件对小球稳定程度影响；连接管道由一节细管组成，其作用为稳定气流方向，发生装置为塑料漏斗，均先用水平仪使漏斗水平，然后固定，再把管道连接在漏斗细管口处，保证漏斗水平，控制变量，使用漏斗口直径不同的漏斗，不同直径小球相同质量的小球和不同质量相同直径的小球进行实验.

实验时，先打开吹风机，待气流稳定后，测量风速，把小球贴合在漏斗口处，然后快速释放，使小球停留在漏斗口处.

实验探究的过程中主要研究的是稳态，释放方式不会对实验数据造成影响.

小球悬浮在漏斗口处不是一个绝对稳定的系统，其流场随时都在变化，故不能对真实情况直接研究或定量计算. 通过多次观察实验，小球能在漏斗口处停留 30 秒以上，已经处于比较稳定的状态，于是把小球能在漏斗口处停留 30 秒定义为成功，通过每组实验 20 次得出不同小球在不同漏斗，不同风速条件下的悬浮成功率，定性得出小球的成功率与小球体积，质量，风速大小，漏斗口直径的关系.

4. 2 风速对小球稳定程度的影响

使用质量 m=4g,直径 d=4cm 的小球，漏斗口直径 D=3cm 的漏斗用以上装置进行实验，先取下漏斗，用风速仪测出吹风机不同档位的不同风速，然后接上漏

仅内部使用,严禁商用 www.hanlin.io

斗，保证漏斗水平后，用不同风速对同一小球反复实验，测出小球在不同风速条件下成功率，并作出小球被拾起的成功率随风速大小的变化图像

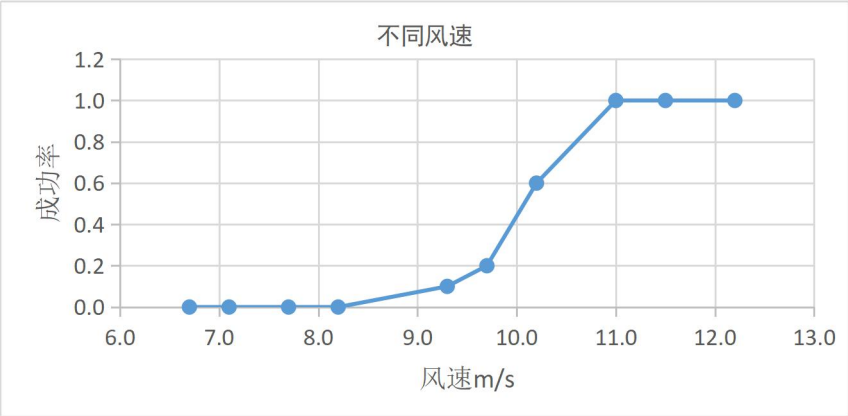


图 9　小球被拾起成功率随风速变化图像

从图 9 可以看到，随着风速变大小球的稳定程度越来越高，且当风速 $v<9.3m\backslash s$ 时，小球不能被拾起，当风速 $v=9.3m\backslash s$ 时，小球有被吸起的可能，随着风速继续增大，小球成功率增加，当风速 $v=11.0m\backslash s$ 时，小球一定能被悬浮，成功率随风速增大而增大，符合理论（18）（19）式.

把系统刚好能拾起小球时小球的临界质量作为系统能拾起小球的最大质量，把不同风速条件下能能拾起小球的最大质量以风速为变量做出图（10）

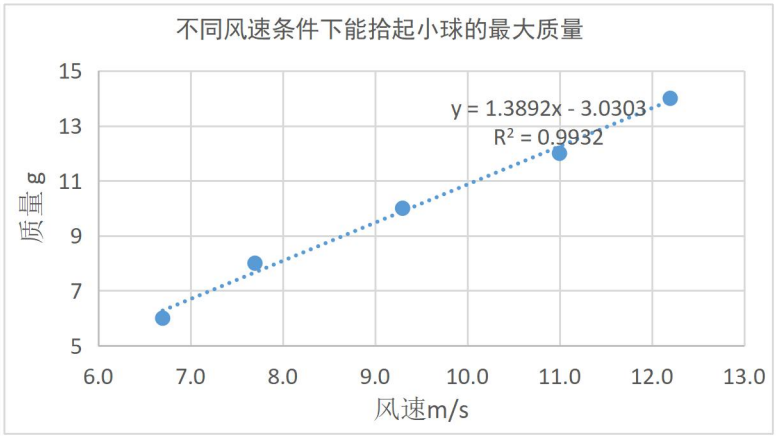


图 10 系统能拾起小球的最大质量随风速变像

由图（10）可知，系统能拾起小球的最大质量与风速成正比,符合理论方程（19）

4. 3 小球直径与漏斗口直径的比对小球稳定程度影响

用相同质量，不同体积的小球在同一风速条件下进行上述实验，做出小球被

仅内部使用,严禁商用 www.hanlin.io

拾起成功率随小球直径变化图像.其中球 11 直径 d=5.68cm，球 10 直径 d=6.72cm，球 9 直径 d=7.02cm,球 8 直径 d=8.12cm,且其质量 m 均等于 5.1g.

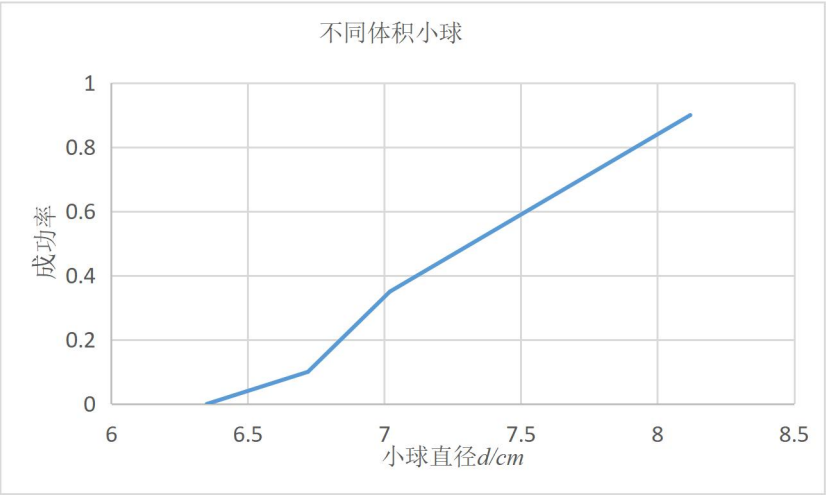


图 11 小球被拾起成功率随小球直径变化图像

从图（11）可以看到，在小球质量和风速大小相等的情况下，在小球直径大于漏斗口直径，小于漏斗底部直径时，小球直径越大，相同风速条件下能拾起小球的最大质量越大，符合理论方程（17）式关系.

用相同小球，漏斗口直径不同的漏斗在同一风速条件下进行上述实验，漏斗 1 到漏斗 5 其直径 d 分别为 d_1=0.8,d_2=1.2,d_3=1.6,d_4=2,d_5=2.5.

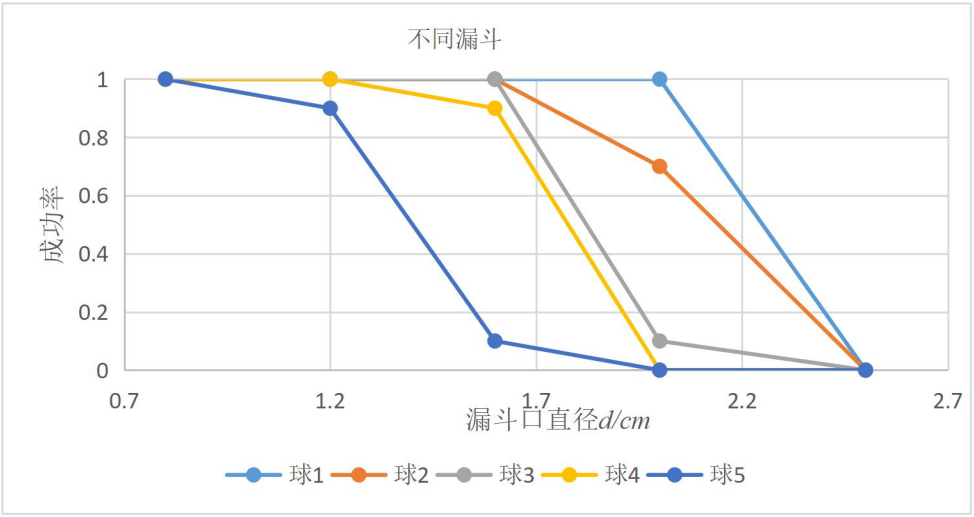


图 12 小球被拾起成功率随漏斗口直径变化图像

从图（12）可以看到，当风速大小相等，小球相同时，在小球直径大于漏斗口直径，小球直径小于漏斗底部直径的条件下，漏斗口直径越小，在同风速情况下，能拾起质量相对更大的小球，符合理论（17）式.

综上，当风速大小相等，小球相同时，在小球直径大于漏斗口直径，小球直

www.hanlin.io
仅内部使用，严禁商用

径小于漏斗底部直径时，小球直径与漏斗口直径的比值越大，在同风速情况下，能拾起质量相对更大的小球，符合理论（19）式.

5. 研究结论

本实验针对漏斗与球系统中小球被吸附在漏斗口处的现象进行了研究，观察了小球停留在漏斗口处的不同现象，在理想情况下，定量分析了小球受到的气压梯度力，并利用 Comsol 模拟出小球受力随小球大小，风速大小的关系，然后结合误差分析，进一步修正理论，定性给出了悬停时小球所受到的合力表达式，得出小球与各种参量的定性关系，并得出能拾起小球的最大质量与风速成正比，在此基础上设计实验定性证明了小球所受气压梯度力越大，小球在漏斗口处悬浮状态越稳定，并探究了不同参数对小球稳定程度的影响，得到了小球稳定程度与各参量的定性关系，证明了系统能拾起小球的最大质量与风速成正比.

参考文献

［1］ 高志华．水流冲不走乒乓球现象的研究［J］．物理通报，2017，37（6）：14-18.

［2］ 陈燕黎．伯努利方程的原理及运用浅析［J］．漯河职业技术学院学报，2012，11（2）：87-88.

［3］赵昌友. 伯努利方程及其应[J]. 池 州学院学报，2014, 28（6）：:48-49

［4］ 康良溪．伯努利原理实验集［J］．福建教育学院学报，2004（6）：93-96