

姓名：卿慧

省份：四川

国别：中国

指导老师姓名：邱孝兵 邓慧文 赵芸赫

论文题目：对周期编织的雪糕棒链条崩离过程的动力学行为研究

对周期编织的雪糕棒链条崩离过程的动力学行为研究

卿慧

摘要: 将雪糕棒按照一定结构编织成链使雪糕棒间相互锁定, 然后将其从一端解除锁定, 使其释放, 雪糕棒编织链便会以地面为支撑面自发崩离. 这一体系的崩离方式类似一个单向传播的波包, 这一现象被称为雪糕棒连锁反应现象. 本文分析了其反应原理和其释放过程中的能量转换, 悬挂释放, 改变释放方向、编织方式及雪糕棒规格等情况对波前运动的影响及其变化规律进行了实验探究, 研究表明悬挂释放时, 波前高度基本不变, 波速略有增大; 不同雪糕棒规格下, 与 a 端(从该端释放后, 雪糕棒受到合力大致向下)相比, b 端(从该端释放后, 雪糕棒受到合力大致向上)波速均减小, 而波前高度变化趋势与雪糕棒规格及波前与地面夹角 α 有关; 不同编织方式对波前运动情况影响不同.

关键词: 雪糕棒编织链; 波前高度; 波速; 波前形状

目录

引言	1
1 理论分析	1
1.1 雪糕棒编织链条中的能量转换	2
2 探究各变量对波前运动的影响	2
实验时间、地点	2
2.1 悬挂释放所带来的影响	3
2.2 改变释放方向所带来的影响	4
2.3 改变编织方式所带来的影响	5
2.3.1 编织方式 1	5
2.3.2 编织方式 2	6
2.3.3 编织方式 3	7
3 结论	8
参考文献	9
致谢	10

通过将雪糕棒按照如图 1(a)所示方式编织, 可以得到一条雪糕棒编织链, 因为其外形如眼镜蛇鳞片, 且释放后将形成一个如眼镜蛇移动的波前, 因此其被称为眼镜蛇式编织链. 在对这一现象的已有研究中, J      Sautel^[1]等人提出了几种测量雪糕棒杨氏模量的方法, 推导出其弹性势能表达式, 并根据实验数据估计其弹性势能转换为重力势能的效率约为 5%, 导出标度定律, 并可以预测编织链的波前高度和速度. 此外, Jean-Philippe Boucher^[2]等人对波速进行了推导, 并通过实验验证了波速 v_0 不取决于雪糕棒厚度 e , 而随厚度 e 与雪糕棒长度 L (如图 2(d)所示)的比值呈二次增长, 随编织链 θ (如图 2(e)中所示)的增大而减小, 波前高度 h 与 θ 无关, 单个雪糕棒弹出速度 v 与波速 v_0 成正比, 即 $v \propto v_0$, 证明波前形状是由杆排出所提供的推力与弹力和重力之间竞争的结果, 证明眼镜蛇波只能存在于受重力和雪糕棒断裂约束的一个狭窄参数空间区域内.

文献中并未对无支撑面, 改变释放方向及编织方式等情况进行具体研究, 基于此, 本文简单分析了其反应原理及其释放过程中的能量转换, 在此基础上, 探究悬挂释放, 改变释放方向、编织方式及雪糕棒规格等情况对波前运动的影响及其变化规律.

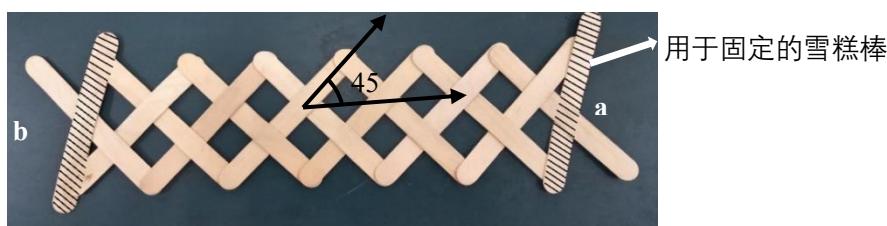


图 1(a) 编织样例

1 理论分析

实验中将一定数量具有统一规格的雪糕棒按如图 1(a)所示方式编织(即一般编织方式)编织成一条编织链, 形成一个稳定的、具有一定弹性势能的互锁结构, 按图 1(a)所示方式固定编织链两端, 忽略两端用于固定的雪糕棒对实验结果造成的影响, 并将其从 a 端释放. 破坏这个稳定结构, 使这一端的雪糕棒不再受力平衡, 从而使其发生运动, 形成一个稳定波前, 并沿编织链所在直线方向运动. 图 1(b)所示, 是在一般情况下能够观察到的稳定波前形状.

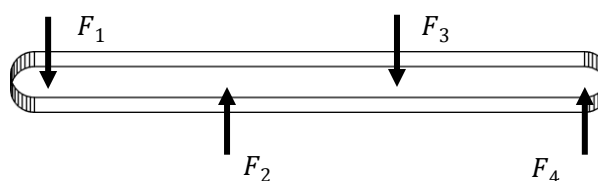


图 1(b) 波前形状

图 1(c) 单个雪糕棒受力分析

理论上, 将每根雪糕棒视为一个独立单元, 则每个独立单元受到位于它上下两侧的单元给它的弹力 $F_1 \sim F_4$, 并达到受力平衡, 发生弹性形变从而储存一定的弹性势能, 每个独立单元的受力分析图如图 1(c)所示.通过查阅文献^[1], 了解到在忽略雪糕棒的宽度 e (如图 2(a)中所示)及其扭转的情况下, 其储存的弹性势能与编织链角度 θ 无关, 即编织链释放后形成的波前高度 h 将不发生改变, 并通过实验得到了验证, 所以以下本文不再考虑此因素.

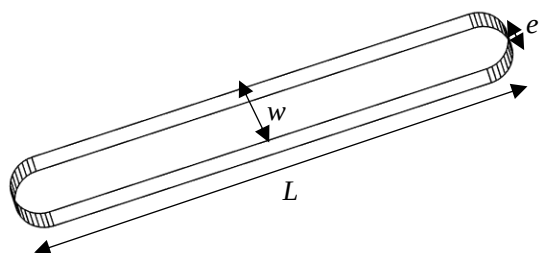


图 2(d) 单个雪糕棒的基本物理量

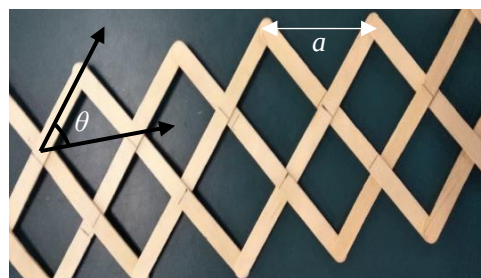


图 2(e) 编织周期

1.1 雪糕棒编织链条中的能量转换

对于编织链系统整体而言, 通过人为编织, 其储存了一定的弹性势能.通过释放(忽略释放时外力所做的功), 其弹性势能转换为动能和重力势能, 及内能.最终, 雪糕棒释放完全, 落至地面, 在此本研究不考虑落地时的能量损失.

对于一个雪糕棒单元而言, 在相邻单元完全分离前, 相邻单元间有内能产生及能量传递.当相邻单元完全脱离及形变完全恢复后, 动能、重力势能与内能相互转换, 在最高点时, 由于其仍具有水平速度, 所以其仍具有动能.

总的来说, 编织链要储存足够的弹性势能来转换为足够的重力势能, 以支撑其能到达一定高度.所以要成功见到眼镜蛇波, 使用的雪糕棒以及编织方式便要有一定限制, 如雪糕棒杨氏模量过小, 编织密度过小等都可能不能形成眼镜蛇波.

2 探究各变量对波前运动的影响

实验地点:

四川省温江中学

实验时间:

2018 年 8 月-2019 年 3 月

基于以上对波前运动的分析, 下面本文将对释放方向、悬挂释放、编织方式及雪糕棒规格等变量对实验现象的影响结果作一介绍.

根据文献[1]及实验现象发现编织链长度不影响实验结果, 所以实验过程中, 保证其长度在释放后能形成完整波形及稳定波前运动即可. 首先研究改变释放方向的情况.

2.1 悬挂释放所带来的影响

一般情况下在水平地面上释放编织链, 有地面作为支撑面, 但若无支撑面, 如悬挂释放, 由于雪糕棒间相互锁定, 在一定质量范围内(避免编织链因自身重力过大而发生脱落), 其仍能形成稳定波前运动. 因此实验中设计了一组将编织链悬挂释放的实验, 将实验视频导入 Tracker, 当波前稳定运动时, 打点, 得到其波前高度 h 和波速 v_0 随时间 t 的变化图像, 并且将两种释放方式下的实验结果进行比较. 从图 3(c)中可以看到, 由于无支撑面, 波前与编织链连接部分产生了一定弯曲, 所以该情况下, 记如图 3(c)中所示一段距离为其等效波前高度 h .

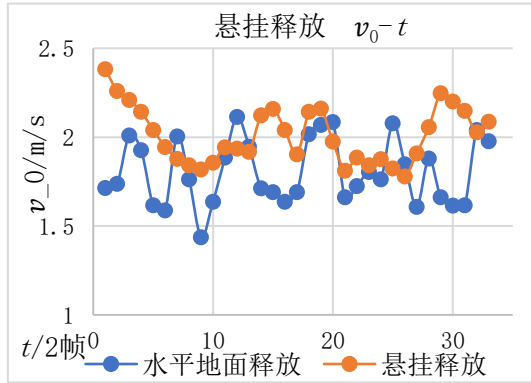


图 3(a) 波速

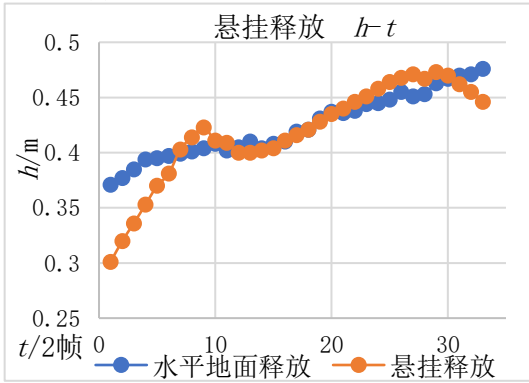


图 3(b) 波前高度

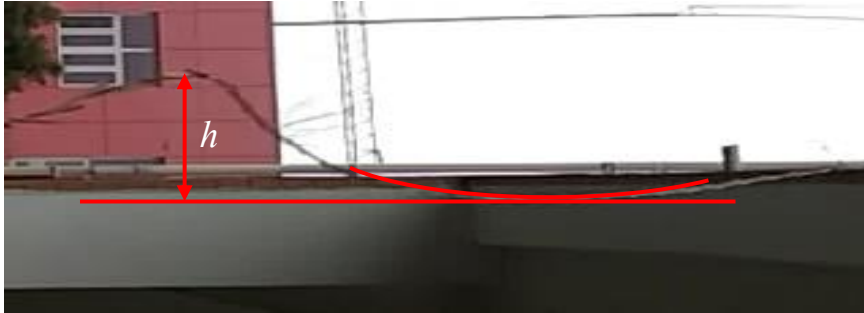


图 3(c) 波前形状

悬挂释放下, 由于波前形状是由杆排出所提供的推力与弹力和重力之间竞争的结果, 与水平地面释放相比, 重力对其影响较小, 所以其波前高度应基本不变; 雪糕棒弹出时, 除了受到编织链作用, 还受到与其弹出方向相同的重力作用, 所以其弹出速率增大, 由波速 v_0 的表达式:

$$v_0 = a\gamma/2^{[2]}. \quad (1)$$

其中 a 为图案的空间周期(如图 2(e)中所示), γ 为弹出速率: 单位时间内雪糕棒弹出数, 可知, 其波速应增大. 从图 3 中可以看到, 实验结果与理论分析相符, 即波前高度基本不变, 波速增大.

2.2 改变释放方向所带来的影响

实验中研究的情况是从图 1(a)所示的 a 端释放编织链, 释放后雪糕棒受到的合力向下, 若从 b 端释放编织链, 由于该编织方式下编织链结构不对称, 雪糕棒受到的合力方向将相反, 即向上, 在该情况下, 其形成的波前运动也将有所不同. 在改变释放方向的同时, 为更好地研究 b 端释放方向下的波前运动情况, 实验中使用了两种规格的雪糕棒进行实验, 实验结果如图 4 所示.

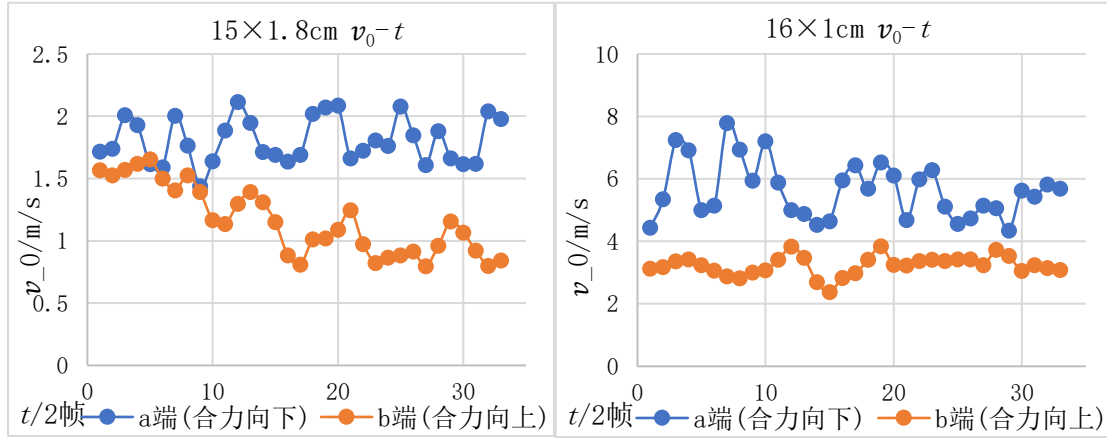


图 4(a) 15×1.8 cm 波速

图 4(b) 16×1 cm 波速

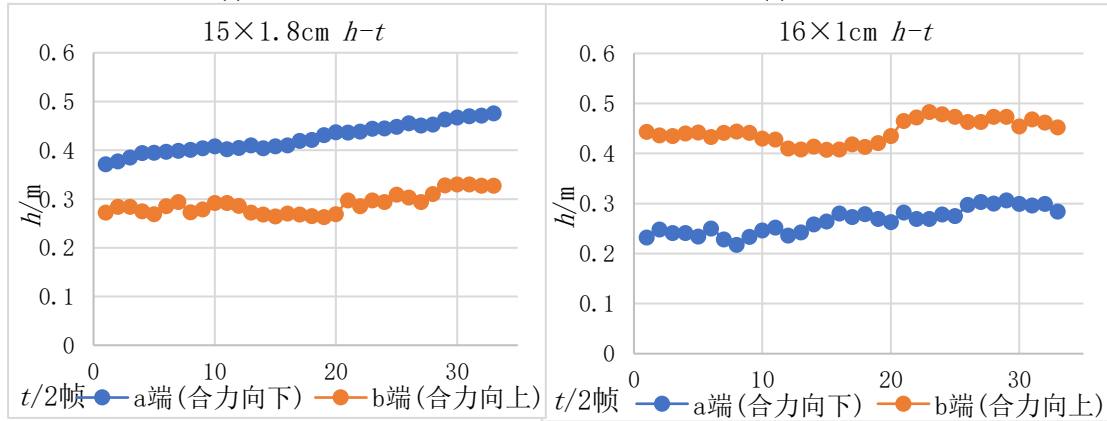


图 4(c) 15×1.8 cm 波前高度

图 4(d) 16×1 cm 波前高度

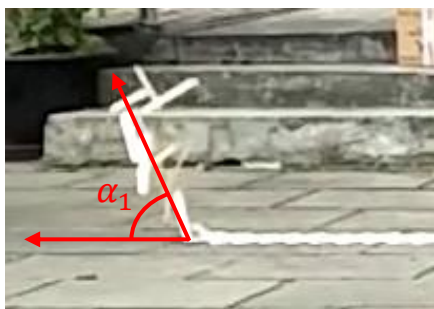


图 4(e) 15×1.8cm 波前形状

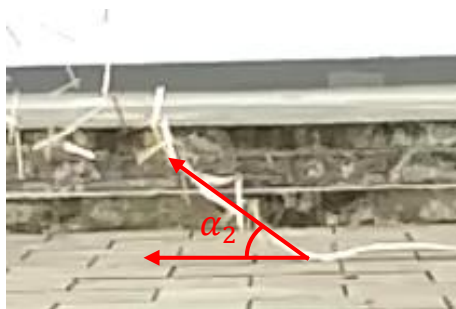


图 4(f) 16×1cm 波前形状

从图 4 中可以看到, 不同规格雪糕棒下, 相比于 a 端, b 端波速 v_0 均减小, 而波前高度变化趋势不同, 15×1.8cm 的一组, 波前高度减小, 16×1cm 的一组, 波前高度增大. 若记波前与地面夹角为 α , 可以看到不同规格雪糕棒下得到的 α 大小有明显不同, 即说明 α 与雪糕棒规格有关, 由于波前高度与 α 大小有关, 所以导致其波前高度变化趋势不同.

2.3 改变编织方式所带来的影响

2.3.1 编织方式 1

在编织过程中发现, 有时相邻雪糕棒间的间距并不完全相等, 即得到如图 5 所示的编织方式图 5 写的是编制方式 13, 可以看到其编织链仍具有一定编织周期, 且其等效空间周期不变.



图 5 编织方式 1 样例

图 6 是得到的实验结果.

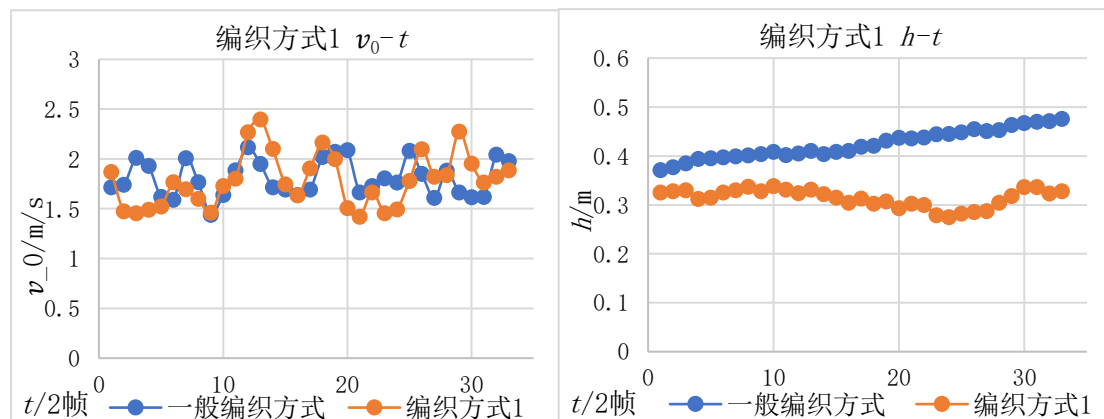


图 6(a) 编织方式 1 波速

图 6(b) 编织方式 1 波前高度

由于其空间周期与编织链结构不变, 其弹出速率也应不变, 由(1)式可知, 其波速应不变, 由弹性势能表达式:

$$E_{el} \sim Ewe^5/L^{3[2]}, \quad (2)$$

其中 E 为杨氏模量, w 为单个雪糕棒的宽度(如图 2(d)所示), 可知, 其储存的弹性势能应不变, 所以其波前高度应不变, 但由于其编织链结构不对称削弱了其结构性质, 导致能量损失增大, 波前高度应减小. 从图(6)可以看到, 实验结果与理论分析相符, 即波速基本不变, 波前高度减小.

2.3.2 编织方式 2

如图 7 所示, 可以看到其编织链结构未发生改变, 而雪糕棒尾部有一定剩余, 导致其等效雪糕棒长度 L 发生改变.

在该编织方式下, 实验中同样改变了释放方向, 并将实验结果与同规格(15×cm)下一般编织方式得到的实验结果进行比较, 如图 8 所示.

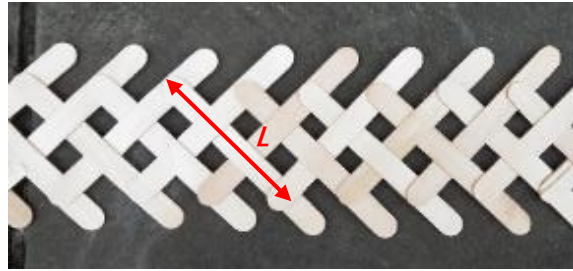


图 7 编织方式 2 样例

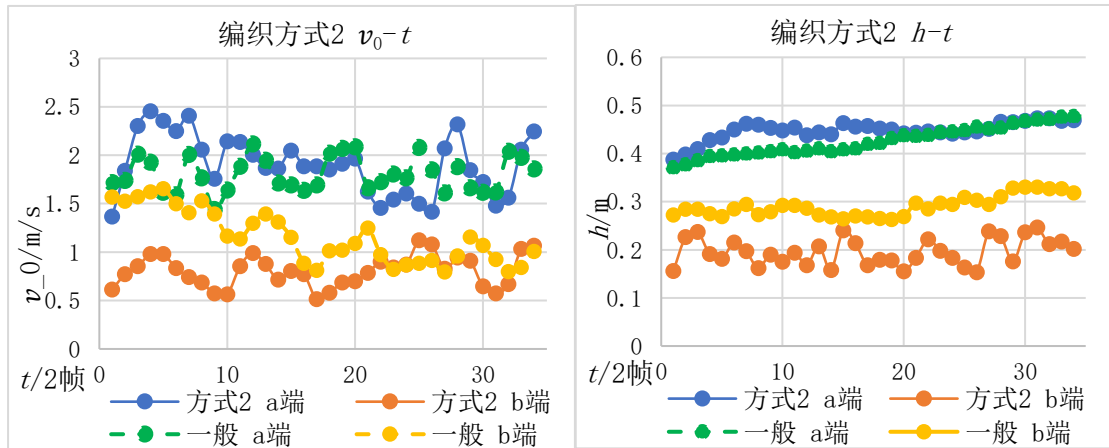


图 8(a) 编织方式 2 波速

图 8(b) 编织方式 2 波前高度

由于其等效雪糕棒长度 L 减小, 由(2)式可知, 其储存的弹性势能增大, 所以 a 端释放下, 其波速和波前高度均应增大. 由图 8 可以看到, 实验结果与理论分析相符, 且 b 端释

放与 a 端相比, 两种编织方式下得到的波速和波前高度均减小, 所以同种雪糕棒规格下, 编织方式 2 不改变波前运动的其他变化规律.

2.3.3 编织方式 3

如图 9(a)所示, 可以看到, 该编织方式下, 其编织链结构发生了改变, 且形成的编织链结构对称, 即改变释放方向不影响波前运动. 图 9 所示是实验中在不同雪糕棒长度下得到的不同波前形状.

可以看到, 其波前形状为一端弧, 且随雪糕棒长度减小, 弧的长度增长, 弧的曲率增大. 在实验过程中发现在该编织方式下, 个体差异造成的影响更为明显, 波前高度上下起伏较大, 波前运动更不稳定. 图 10 所示是该编织方式下波速和波前高度随时间的变化曲线.

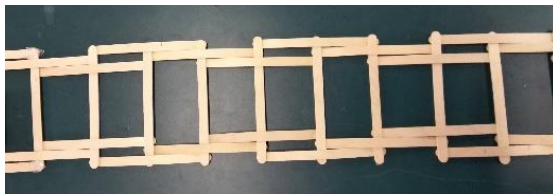


图 9(a) 编织方式 3 样例



图 9(b) 18×1cm 波前形状



图 9(c) 15×1cm 波前形状



图 9(d) 12.5×1cm 波前形状

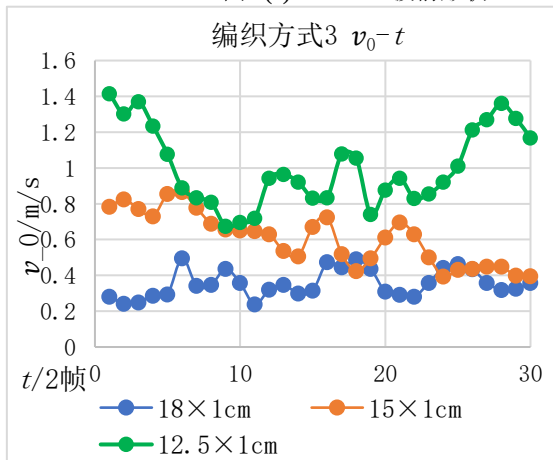


图 10(a) 编织方式 3 波速

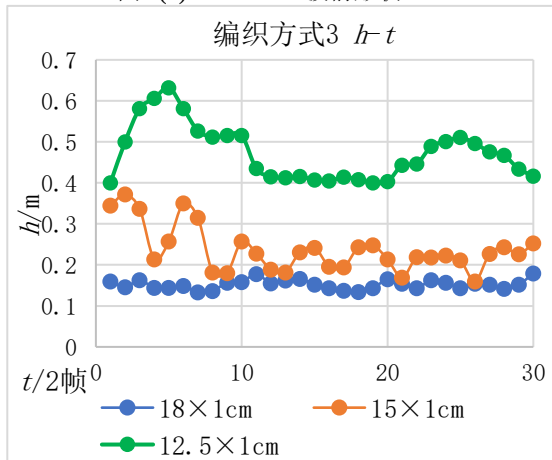


图 10(b) 编织方式 3 波前高度

可以看到随雪糕棒长度减小, 波速和波前高度均增大, 所以雪糕棒长度减小, 其储存的弹性势能增加.

3 结论

本文针对雪糕棒连锁反应进行了研究,简单分析了其反应原理及其释放过程中的能量转换,基于此,设计实验,探究悬挂释放,改变释放方向、编织方式及雪糕棒规格等情况对波前运动的影响及其变化规律,发现:

1. 悬挂释放时,波前高度基本不变,波速略有增大;
2. 不同雪糕棒规格下,与 a 端相比, b 端波速均减小,而波前高度变化趋势与雪糕棒规格及波前与地面夹角 α 有关;
3. 编织方式 1 下,波速基本不变,波前高度减小;
4. 编织方式 2 下, a 端释放时,波速和波前高度均增大,且该编织方式不改变波前运动的其他变化规律;
5. 编织方式 3 下,随雪糕棒长度减小,其波速、波前高度及其储存的弹性势能均增大.

参考文献:

- [1] Jérémy Sautel, Andréane Bourges, Aude Caussarieu, et al. The physics of a popsicle stick bomb. American Journal of Physics, 2017, 10.1119/1.5000797, 783-789.
- [2] Jean-Philippe Boucher, Christophe Clanet, 1David Quéré, et al. Popsicle-stick cobra wave. PHYSICAL REVIEW LETTERS, 2017, 084301, 084301-1-084301-5.

致谢

感谢郭嘉榕同学对论文提供的修改建议;

感谢邱孝兵老师对实验思路的指导, 对实验拍摄提供的帮助, 对论文提供的修改建议;

感谢邓慧文老师提供的思路指导;

感谢赵芸赫老师对实验思路的指导, 对论文提供的修改建议.