

第一页为封面页

参赛队员姓名: 蒋安尧 余泓盈

中学: 上海市控江中学

省份: 上海市

国家/地区: 中国

指导教师姓名: 吴群英 张海英

论文题目: 碳酸水中吸管上浮的机理和运动分析

第二页为创新性申明

本参赛团队声明所提交的论文是在指导老师指导下进行的研究工作和取得的研究成果。尽本团队所知,除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外,论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。若有不实之处,本人愿意承担一切相关责任。

参赛队员: 蒋安尧 余泓盈

指导老师: 吴群英 张海英

2018 年 9 月 10 日

第三页此处开始为论文的主体部分……

碳酸水中吸管上浮的机理和运动分析

蒋安尧 余泓盈

摘 要

在 2018 年国际青年物理学家锦标赛 (IYPT) 的第 5 题是关于吸管, 即当饮用吸管放在一杯碳酸饮料中时, 它可以浮起来, 有时会倾倒在杯子边缘。这种吸管吸附气泡上浮的现象非常有趣, 为此我们用气泡水机模拟碳酸饮料, 用量筒烧杯模拟杯子, 探究吸管吸附气泡后的上浮运动。我们实验表明, 气泡的成核主要是因为吸管表面已有较小的气泡核, 同时吸管表面的缺陷也利于部分气泡成核; 气泡的形核长大与溶液过饱和度相关, 新的碳酸水过饱和度高, 气泡形成快, 长大快, 吸管到达最大浮力的时间短; 随附着气泡长大, 浮力快速增大, 但气泡长大到临界值脱离吸管后, 浮力开始下降; 根据初始浮力不同, 吸管运动分为先倾斜后上浮和上浮后快速倾斜两种情况, 倾斜程度除了和气泡浮力相关外, 还和液面高低及容器口径相关; 为了避免吸管浮力变化对理论分析的影响, 采用人造稳定的浮力对吸管受力和运动进行分析, 理论计算和实验结果吻合较好。

关键词: 吸管、气泡、过饱和溶液

目录

- 1. 引言5
- 2. 试验装置5
- 3. 吸管倾倒情况分析.....6
 - 3.1 吸管竖直时的稳度.....6
 - 3.2 吸管在碳酸水中倾斜上浮的两种情况.....7
 - 3.3 吸管上浮倾倒的最终状态8
- 4. 试验结果9
 - 4.1 气泡成核长大理论.....9
 - 4.2 气泡成核长大实验观察结果12
 - 4.3 浮力的计算与实际测量15
- 5. 理论分析16
 - 5.1 吸管初始浮力能够使吸管向上运动.....16
 - 5.2 吸管初始浮力不足以使吸管向上运动.....20
- 6. 结论22
- 参考文献 错误!未定义书签。

1. 引言

在 2018 年国际青年物理学家锦标赛 (IYPT) 的题目中, 第 5 题是关于吸管, 题意是“当饮用吸管放在一杯碳酸饮料中时, 它可以浮起来, 有时会倾倒在杯子边缘。探究并解释吸管的运动, 并确定吸管倾倒的条件”。在实际生活中, 我们会发现把吸管放入碳酸饮料后, 碳酸饮料会有大量的气泡析出, 并有不少气泡吸附在吸管上, 当吸管吸附了足够多的气泡后就会上浮。那么为何碳酸饮料会析出气泡, 吸管为何会吸附气泡并上浮倾倒, 就引起了我的兴趣。

通过查阅文献, 我们注意到, 碳酸饮料等都是压力灌装, 当打开瓶盖后, 外压下降, 气体的溶解度下降, 碳酸饮料成为过饱和溶液, 就会有气泡析出。为了确认过饱和溶液气泡析出及其对吸管吸附气泡后上浮运动的影响, 我们开展了较为系统的实验研究和理论分析。

2. 试验装置



图 1 形状各异的吸管和杯子

生活中有各种形状的吸管和杯子 (见图 1), 但是为了便于对比和重复实验, 我们使用通用的实验器材, 即采用量筒和烧杯当杯子, 并使用直筒半透明吸管, 碳酸饮料用气泡水机来制备 (见图 2)。实验时, 浮力测量和运动采集用分别用万能材料试验机和照相机。实验目的主要通过分析力、位置和时间的关系探究吸管运动及倾倒的条件。



图 2 气泡水、气泡水机，烧杯和吸管

3. 吸管倾倒情况分析

3.1 吸管竖直时的稳度

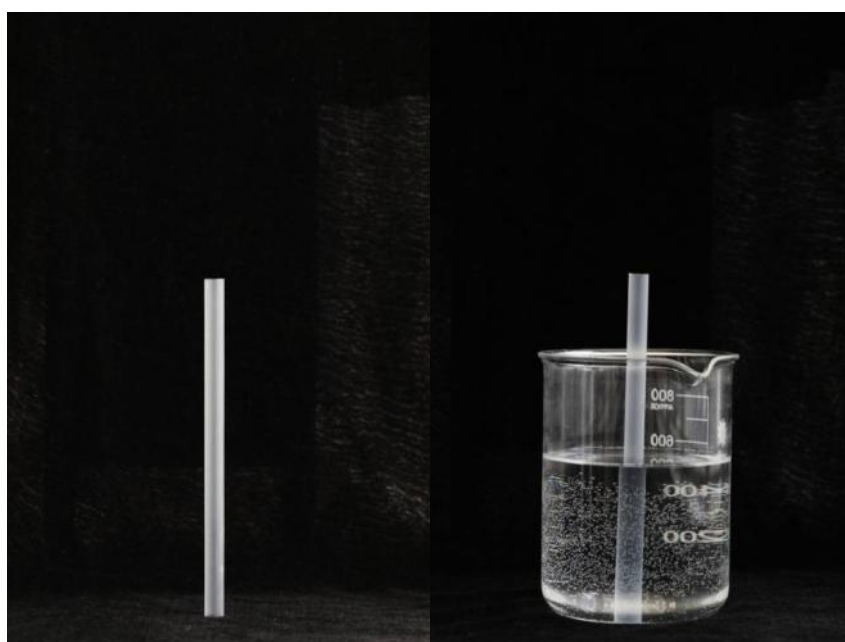


图 3 在空气中和在水中竖直的吸管

为了研究吸管倾倒的原因，我们先对没有气泡浮力时吸管是否能够竖直不

歪倒的情况进行分析, 这里面就涉及到稳度的概念。

稳度是与物体重心高度和翻转半径有关, 可以以物体向某方向翻到的最大倾斜角的正切函数值来定量描述物体的稳度。对于本实验的粗吸管, 其半径为 5mm, 重心高度为总高一半即 90mm, 则稳度 η 为:

$$\eta = r / h = 5 / 90 = 0.056$$

从计算结果来看, 虽然吸管的稳度较低, 但是还是具有一定的稳定性, 这也和我们图 3 的实验结果相一致, 即通过非常小心地放置, 吸管在平面上能够竖直。当吸管放入水中或碳酸水中, 浮力和重力的合力变小, 使物体发生翻转所需要的力也变小, 因此物体的稳度降低。当吸管所在烧杯中的液面足够高, 或者在碳酸水中吸附的气泡足够多, 当浮力大于重力后, 则吸管上浮, 这时使吸管发生倾斜所需的力更小。随后试验中初始位置都尽量竖直使吸管重心投影落于底部截面圆内, 避免倾斜。

3.2 吸管在碳酸水中倾斜上浮的两种情况

吸管吸附气泡产生的浮力是随时间变化的, 因此浮力在吸管上浮过程中没有一个恒定值。由图 4 可以看出, 把吸管直接放入碳酸水中, 吸管很快吸附气泡, 可能由于吸附的不均匀会产生偏心力, 因为浮力和重力的合力变小后吸管稳度低, 因此吸管倾倒靠在烧杯口部, 底部靠近烧杯底部边缘。当吸附气泡逐步增大后, 吸管会继续上浮到液面。



图 4 吸管直接放入碳酸水中先倾斜再上浮

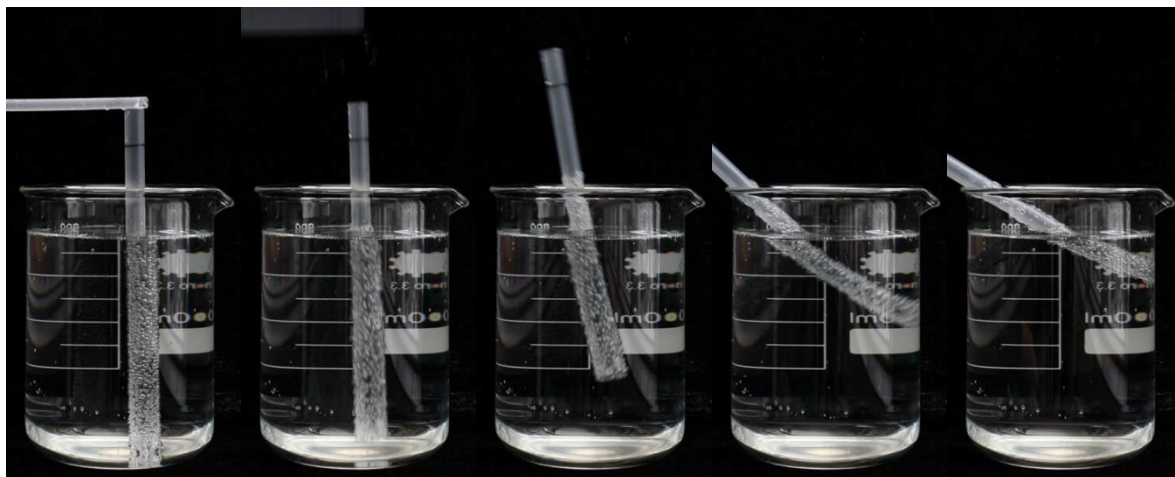


图 5 吸管在碳酸水中充分吸收气泡后先跃起再倾斜

图 5 为人为将吸管放入气泡水中，并按住吸管，等吸管吸附足够气泡，气泡浮力大于重力后，再解除限制的力，这时吸管受到的初始浮力大，会在浮力作用下迅速向上运动，由于气泡在壁上的浮力合力及运动时受到的阻力不同，因此吸管在上浮过程中会发生倾斜，也会靠倒在烧杯壁，但其最终位置和图 4 情况相近。

3.3 吸管上浮倾倒的最终状态



(a)

(b)

(c)

图 6 不同吸管和杯口径比例的吸管最终状态

我们实验定义吸管具有长度远大于直径的特征，则吸管长度 L 和杯口直径 D 之比不同，吸管最终状态会有以下三种情况（见图 6）：(a)， $L < D$ ，由于吸管密度略低于水，因此即使没有气泡浮力吸管也倾倒浮于液面上；(b) L 远大于 D ，

杯限制吸管运动使其竖直；(c) L 约大于 D ，吸管最终位置倾斜地靠于杯沿，这种情况如果液面足够高且 L 大于 $2D$ ，浮力足够大时，吸管会倒在杯外。我们主要考虑 L 大于 D 但小于 $2D$ ，即倾倒但未倒到杯外这种较常见的情况。

这一节通过预实验，我们分析了吸管的初始状态、最终状态以及中间运动状态的几种情况。吸管的运动的驱动力是由于吸附碳酸饮料析出的气泡形成的浮力造成，但吸管的最终状态受到吸管、烧杯的形状尺寸以及液面高度等的影响。由于运动力来自气泡形成的浮力，因此下面一节我们专门对气泡的形成、长大以及其与浮力之间的关系进行了探究。

4. 试验结果

4.1 气泡成核长大理论

文献 1 是关于气泡成核长大的一篇综述，气泡的成核长大与过饱和溶液相关，溶液中溶解气体的浓度和液面上该气体的平衡压力符合亨利定律，即在一定温度下，某种气体在溶液中的浓度与液面上该气体的平衡压力成正比。

$$C = k_H P_{CO_2}$$

其中：C 是二氧化碳的溶解度；

k_H 是亨利常数，与温度、压力和溶质性质有关；

P_{CO_2} 是气相中的二氧化碳分压。

亨利常数和温度及压力等有很大关系，一般情况下随温度升高气体溶解度降低，压力下降溶解度也降低。碳酸饮料通过压力灌装，气泡水也是在压力情况下制得，因此碳酸饮料和气泡水到常温常压下时，溶液中的气体溶解度降低，气体就会析出。但是实际的气体其实是符合图 7 所示的过饱和溶液的状态，例如温度从 T_A 升到 T_B ，对应的溶解度从 A 到 B' ，但实际溶液的溶解度在 B，远大于 B' 。过饱和溶液有气体析出降低气体溶解度到平衡状态的自发趋势，但是气泡析出是比较困难的，文献 1 关于气泡的成核析出的四种情况进行了分类，如图 8 和图 9 所示。

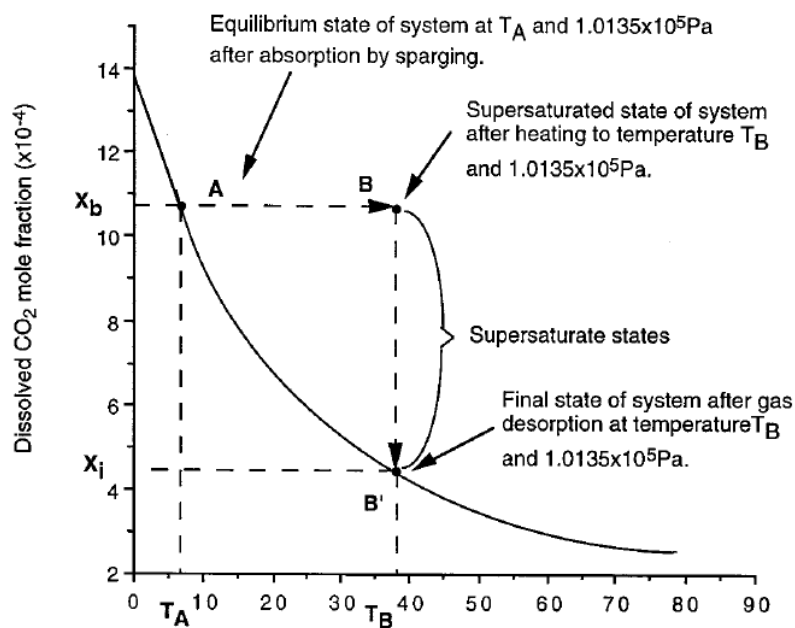


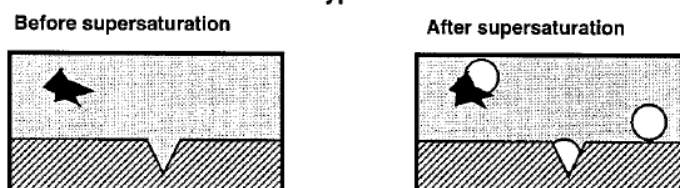
图 7 过饱和溶液示意图

Type I



Type I Classical homogeneous nucleation, producing gas bubbles in the bulk at high levels of supersaturation of 100 or more.

Type II



Type II Classical heterogenous nucleation, catalysed by the presence of another material in the liquid.

图 8 气泡成核机理 I 和 II

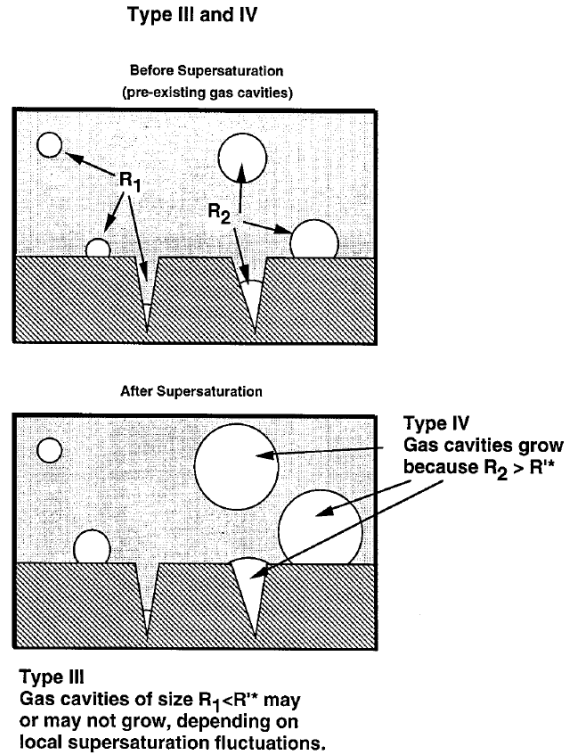


图 9 气泡成核机理 III 和 IV

气泡在过饱和溶液中成核的四种情况为：I：在溶液中直接成核，能量需要最高最难；II：在缺陷中成核，这个较容易；III 和 IV：已有小气泡和已有可自发长大的大气泡，即已有核，这种情况最容易。

气泡成核后，气泡的生长符合如下所示的 Scriven 公式，B 是一个尺寸相关系数，k 是扩散相关系数，R 是气泡直径，t 是时间：

$$R = 2\beta\sqrt{kt}$$

在气泡生长较慢时，吸附在吸管壁上的气泡受到的平衡力的作用如下式， F_s 是表面张力， F_p 是气泡压力差， F_b 是浮力。

$$F_s = F_p + F_b$$

在对理论进行分析的基础上，下面的实验我们重点观察吸管吸附气泡的成核长大属于以上机理的那一类，并对气泡长大过程进行测量，看其是否符合 Scriven 公式，最后根据气泡的分布来初步估计吸管受到的壁上吸附气泡的总浮力大小。

4.2 气泡成核长大实验观察结果

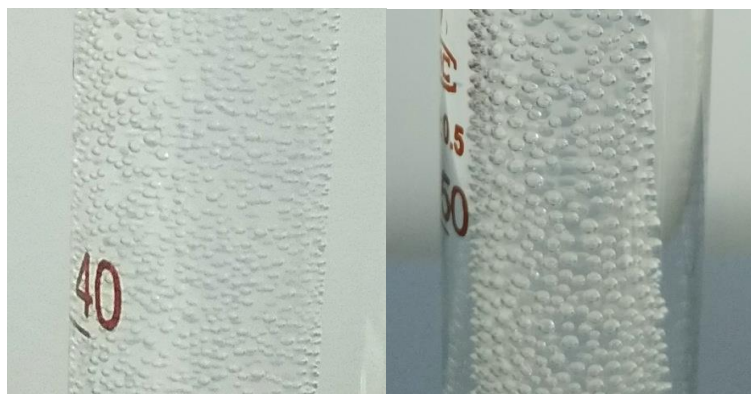


图 10 气泡生长过程

气泡生长过程如图 10 所示, 开始成核并形成非常细小的气泡, 然后逐步长到一个临界值后脱离吸管壁上浮。

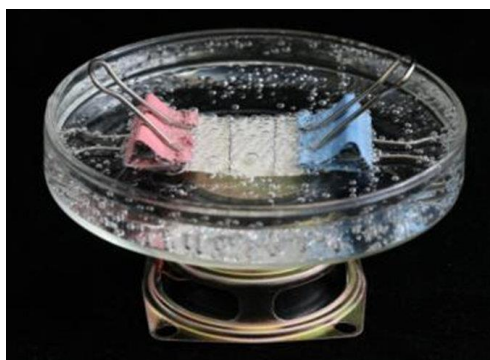


图 11 气泡生长观察装置

为了能从一个平面更稳定地观察气泡的成核与生长, 把吸管剖开得到塑料片, 用夹子夹平后放在表面皿中, 底部用磁铁吸住夹子, 尽量保持塑料片平整, 中间画一个间距 10mm 的参考线, 倒入碳酸水, 观察气泡成核长大过程。

气泡长大过程如图 12 所示, 首先小气泡布满表面, 后来逐步长大融合; 达到一个临界尺寸开始上浮, 在上浮后的原位置再难生成新气泡, 因此随着时间推移吸管表面气泡分布稀疏。这个现象开始很容易让人想到是溶液中气体的浓度降低因此没有新的气泡生成。为了验证是否浓度降低导致气泡大幅度减少, 我们把已经放置在碳酸饮料中较长时间, 不太吸附气泡的吸管取出擦净后再次放入, 结果吸管成核的气泡数量仍和初次放入时相近, 远远大于气泡脱离后的吸管表面气泡数量。这说明再次放入前吸管接触空气, 表面又吸附有小气泡导致再次放入的成核数量和初次放入接近。因此由上可以判断吸管表面气泡成核的机理主要是

III 和 IV。



图 12 气泡长大过程

但是气泡脱离后的空吸管表面仍有少量新气泡生成，那么成核机理 I 和 II 也是存在的，我们用显微镜观察了吸管表面，发现的确存在缺陷（见图 13）。考虑到成核机理 II 所需的能量势垒低，因此气泡的成核机理主要有 II, III, IV，其中 III 和 IV 为主。

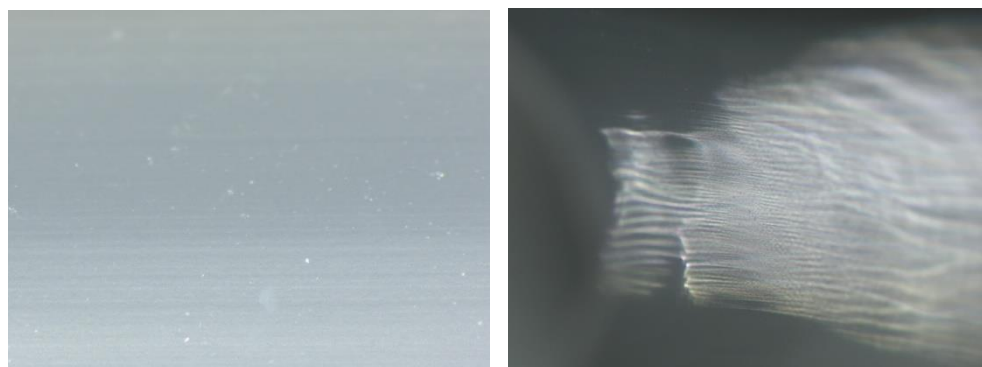


图 13 吸管表面的缺陷

图 14 是把同一根吸管放入同一量筒的碳酸水中，测量吸管上浮的力。吸管上浮的力在吸管插入量筒后会迅速增大，对应吸管表面气泡快速长大，但到一个

最大值后, 由于气泡开始脱离吸管表面, 浮力逐步下降到一个稳定值, 最终过程对应吸管表面气泡稀疏, 持续有少量新气泡不断析出长大。如果把吸管反复插入同一碳酸水中, 随着次数增加, 达到最大浮力的时间变长, 最大浮力也缓慢降低, 这主要是碳酸水气体浓度降低后, 气体溢出量减少并且变慢, 气泡长大变慢。

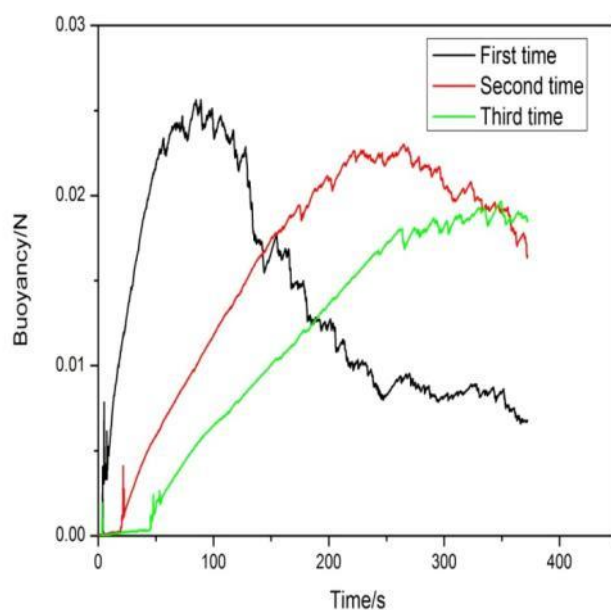


图 14 不同放入次数下吸管的浮力

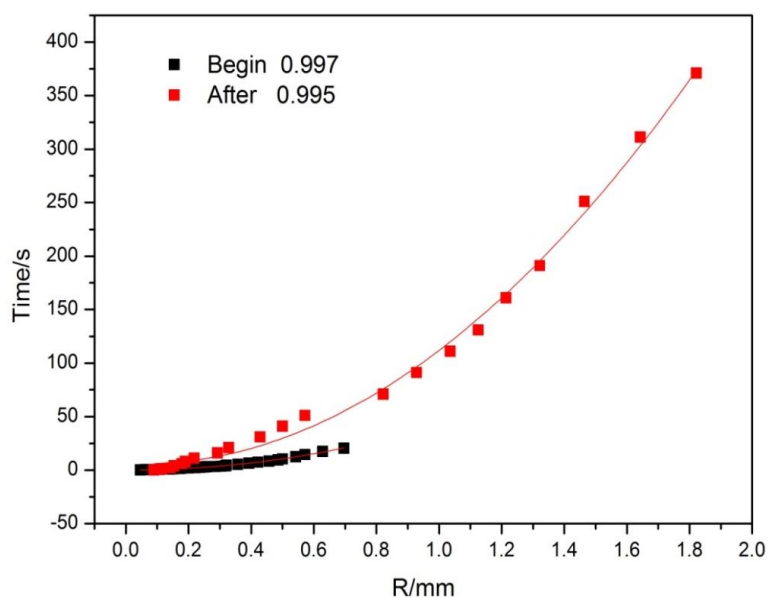


图 15 吸管气泡直径和时间的关系

实验中, 我们观察了气泡长大过程直径和时间的关系 (见图 15)。由于刚开始气泡分布比较密, 单独气泡长一会就和其他气泡融合了, 很难找到一个长的很大的气泡, 因此取样时间较短。等过两分钟气泡上浮, 吸管表面气泡稀疏后, 就容易跟踪单独长大的气泡, 观察到气泡从小长到大了。图 15 的数据用二项式拟合相似度高。说明气泡长大时间和直径的平方相关, 这和前述 Scriven 公式公式完全一致。

4.3 浮力的计算与实际测量

观察到气泡的长大并实际测量了吸管的浮力后, 我们初步分析了气泡的浮力理论值, 分析过程如下。在一个正方形面积中, 正方形中排布了单层 $n \times n$ 个直径为 R 的小气泡, 当其融合生长成一个直径为 nR 的气泡时, 其浮力从 n^2 个直径 R 的小气泡, 变为 $(nR)^3 = n^3 R^3$, 即浮力增大到 n 倍。这个简单的估算说明即使同样布满气泡, 但气泡长大浮力会快速增加。图 16 是实测吸管在水下 160mm 时的浮力测试夹具和测试结果, 最大浮力约为 0.027N。当吸管在水中 160mm 时, 其表面积展开是 160mm 长乘以 31.4mm 周长 (直径 10mm)。根据气泡直径计算浮力公式如下 (根据实测, 吸管密度接近 1, 假设本身重力和浮力相抵消):

$$2 \times \frac{160}{R} \times \frac{31.4}{R} \times \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{R}{2}\right)^3 \times \rho_{\text{水}} \times g$$

气泡一般长到 2-3mm 上浮, 带入上式对应的理论浮力约为 0.11N, 大于实测结果 0.027N。

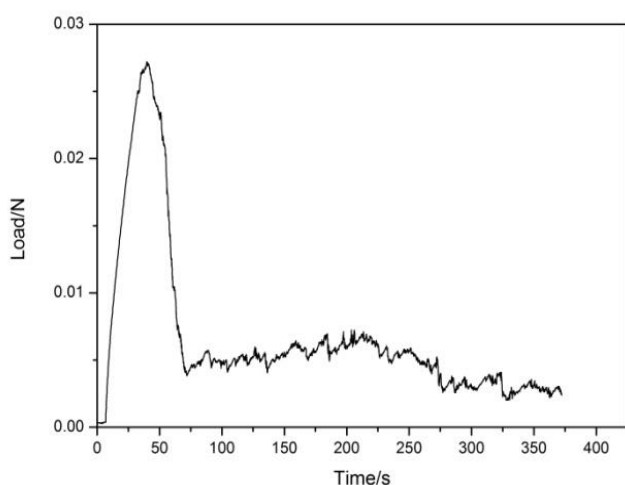


图 16 实测的吸管最大浮力

这里理论和实际的差距主要是因为, 首先实测气泡占表面积不到 50%, 我们对气泡投影面积占表面积的比例进行了观察和计算 (见图 17), 可以看出, 气泡从小长大的过程中, 气泡投影占吸管表面积在增加, 但是最多也仅占约 50%, 随后就有气泡上浮离开吸管表面。其次, 气泡长大后, 气泡大小不均匀, 大气泡离开时, 小气泡还很小, 根据前文的估算, 小气泡的浮力远低于大气泡。因此总的浮力低于理论计算。

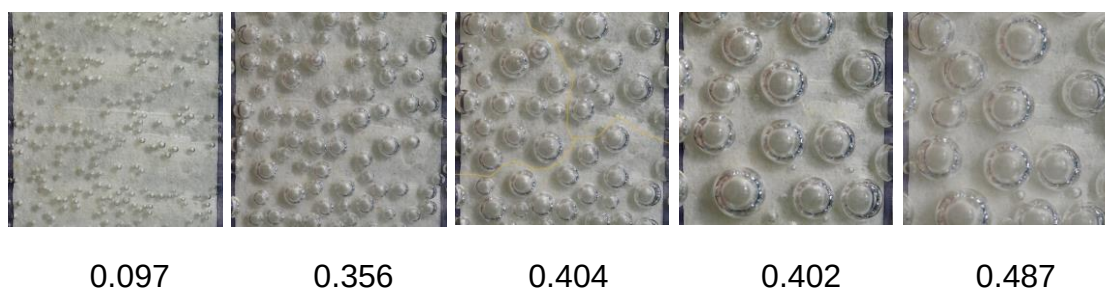


图 17 气泡投影占表面积比

经过前面的分析, 我们对吸管吸附气泡上浮的过程就有了比较清楚地了解, 即吸管插入过饱和碳酸水溶液中, 由于吸管表面吸附了部分气体形成小气泡, 以及吸管表面有缺陷, 这些降低了过饱和溶液中气泡生成的难度, 因此大量气泡在吸管表面形成。形成后的气泡由于表面张力作用吸附在气泡表面长大, 长大的尺寸随时间的变化符合 Scriven 公式。气泡长大后浮力也增大, 因此吸管的上浮力会达到一个最大值, 随后, 如果气泡继续长大后的浮力大于表面张力和其他阻力后, 气泡会离开吸管表面, 吸管所受到的气泡浮力会下降。

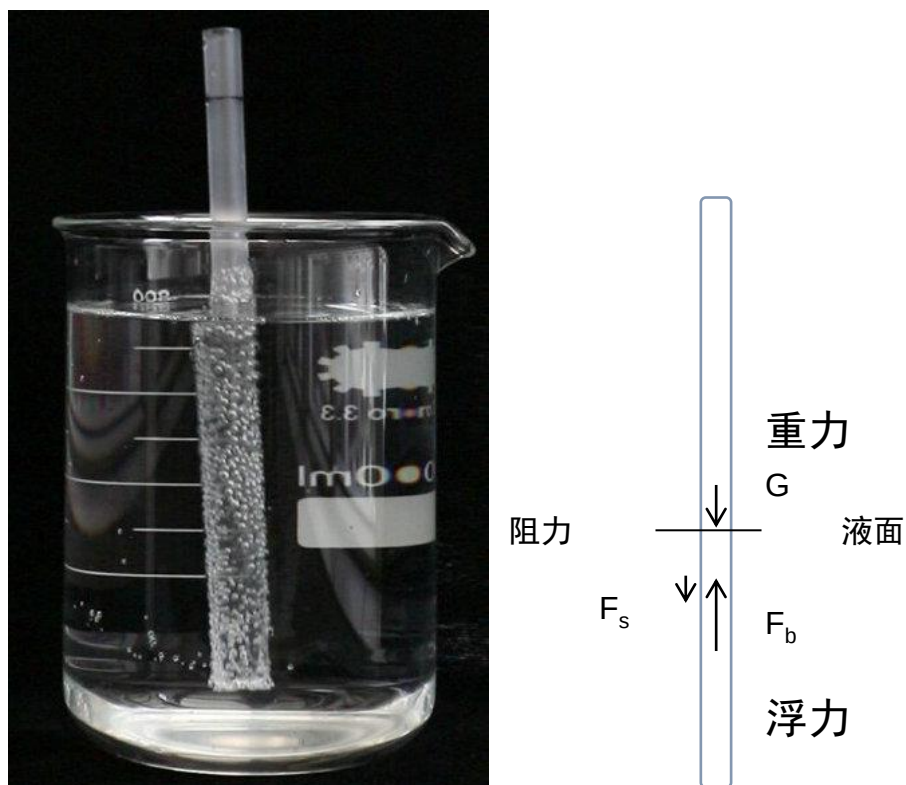
5. 理论分析

5.1 吸管初始浮力能够使吸管向上运动

先压住吸管, 等气泡聚集后再松, 这时吸管会因气泡长大但还未上浮而受到一个较大的浮力, 这时吸管会先向上运动, 运动过程所受的力是浮力, 重力和水阻力的合力。如果吸管不垂直, 浮力和重力会形成力偶造成吸管旋转, 会上升一会后再倾倒。

浮力 F_b 是和吸管在水下的长度线性相关, 因此吸管开始做加速向上运动, 直到浮力减小到低于阻力和重力之和, 形成反向加速度 (见图 18)。由于吸管浮

力随时间变化, 不利于对吸管运动进行相同条件下的探究。因此我们将吸管一端堵住, 当吸管插入水中时吸管内空腔会产生较大稳定的浮力(见图 19), 通过记录吸管上浮的时间位移观察吸管的运动, 并得出运动方程。



$$F_{\text{合力}} = F_b - G - F_s$$

图 18 吸管初始浮力使吸管向上运动的受力分析



图 19 堵头吸管示意图和最终状态

具体计算如下, 吸管质量 m 为 0.0012kg , 重力 G 约为 0.012N , 实测密度约为 1 。吸管上浮时的位移为 x , 初始吸管浸入液面的深度为 0.11m 。吸管受到的合力为重力减去吸管在水中的浮力和气泡浮力。气泡浮力 F_b 取实测值 0.027N (吸管在水中 0.16m 时测), 则上浮后气泡浮力和液面下吸管的浮力都和 $(0.11-x)$ 相关。公式如下:

$$F = ma = -G + G \times \frac{0.11-x}{0.18} + F_b \times \frac{0.11-x}{0.16}$$

$$0.0012 \times a = -0.012 + 0.012 \times \frac{0.11-x}{0.18} + 0.027 \times \frac{0.11-x}{0.16}$$

$$a = 11.6 - 196.2 \times x$$

如果吸管端部堵住, 吸管本身初始浮力为液面下吸管的体积乘以水的密度, 计算得浮力为 0.086N 。公式如下:

$$0.0012 \times a = -0.012 + 0.012 \times \frac{0.11-x}{0.18} + 0.086 \times \frac{0.11-x}{0.11}$$

$$a = 67.8 - 712.1 \times x$$

当在起始时间时, 位移 $x=0$, 速度 $v=0$, 得到速度方程, $v=2ax+bx^2$

当 $v=0$ 时, 即在顶端时, 吸管位移的高度如下, 可以看出堵头吸管的 x 值已经大于吸管长度, 即吸管最高点已到液面以上。当然实际的高度达不到 190mm 。

碳酸水: $x = 23.2/196.2 = 0.118m$

堵头吸管: $x = 135.6/712.1 = 0.190m$

我们对堵头吸管和插入碳酸水中吸管的位移和时间的关系进行了实际测量, 结果如图 20 所示。实际吸管运动的距离小于上式的计算结果, 堵头吸管最大到 130mm。碳酸水中的吸管运动高度更低, 这是因为吸管在碳酸水中, 其所受的力难以正好是最大浮力, 通常会低于这个值。

吸管的运动方程类似于弹簧的 $F=-kx$, 即加速度和位移呈线性关系, 而弹簧的运动是周期运动可用三角函数来表示。因此我们对堵头吸管的实测位移和时间的关系用三角函数进行了模拟 (见图 21), 其运动过程非常好地符合 $\sin$ 曲线, 决定系数为 0.999。

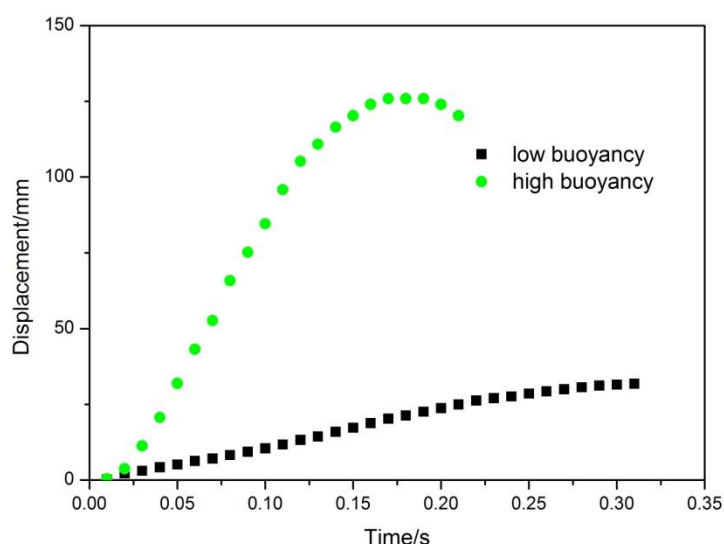


图 20 吸管位移和时间的关系

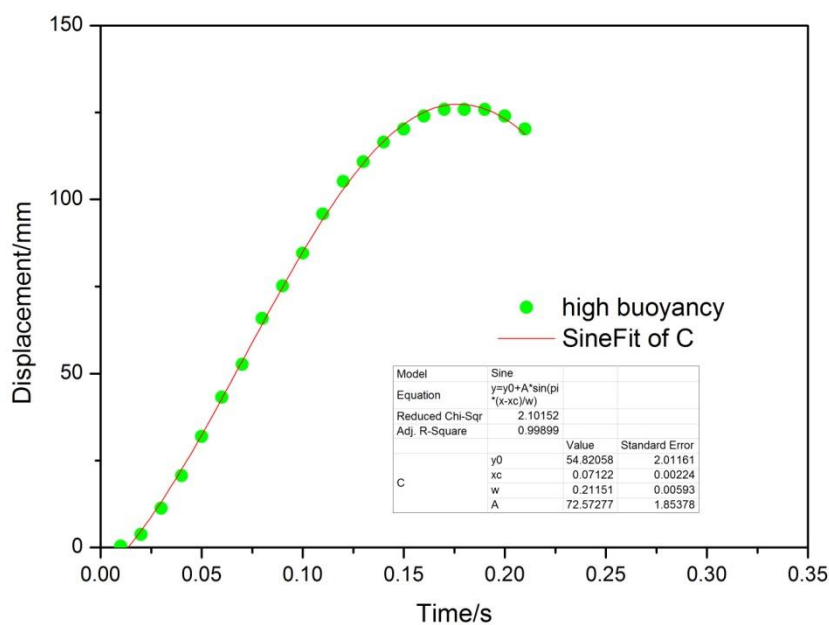


图 21 堵头吸管位移和时间的实际测量关系二项式模拟

5.2 吸管初始浮力不足以使吸管向上运动

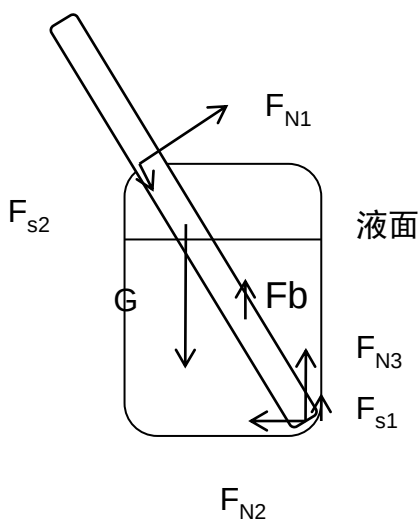


图 22 吸管初始浮力不能使吸管向上运动的受力分析

如果吸管所受初始浮力小, 则会先倾倒, 再吸附气泡, 气泡长大后上浮, 这时杯沿和杯壁与吸管接触的部分会产生摩擦力 F_{s1} 和 F_{s2} , 其受力分析如图 22

所示。本实验中摩擦力较小，用 800ml 碳酸水的液面时，吸管基本最终可以倒伏到平齐液面。在实验时，我们观察到上浮过程不是连续的，是间歇的，即上浮一下停一会，再上浮，这个过程可以解释为气泡长大浮力增大，克服静摩擦力上浮，上浮过程中浮力减小（部分吸管突出液面没有浮力），上浮停止，等气泡继续长大，浮力增多，又继续上浮。

同样，因为吸管的浮力不是一个固定值，为了便于分析，我们在两吸管上各粘一条泡沫，测量静浮力分别为 0.013N 和 0.009N，同时将液面和杯口平齐，观察吸管最后平衡位置（见图 23）。不考虑静摩擦力和表面张力，吸管所受的力简化如图 24 所示，力在 xy 轴的投影为零，且力矩和为零，平衡方程如下（设吸管液面下长度为 x）：

在 xy 轴上分力投影为零：

$$\begin{aligned} G_1 + G_2 - F_b - F_{N1} \sin \theta &= 0 \\ F_{N1} \cos \theta &= F_{N2} \end{aligned}$$

合力矩为零：

$$G_1 \sin \theta \times \frac{0.18 - x}{2} = (G_2 - F_b) \sin \theta \times \frac{x}{2} + F_{N2} \cos \theta \times x$$

经过验算，0.009N 浮力时的角度和实际观测值相符，为约 60 度（图 23 左），0.013N 静浮力的吸管则最后可以平齐到液面（图 23 右）。从这里也可以看出如图 22 的受力分析图中，如果液面足够低，浮力低，吸管是无法上浮的，因此吸管的运动也受到液面高度的限制。

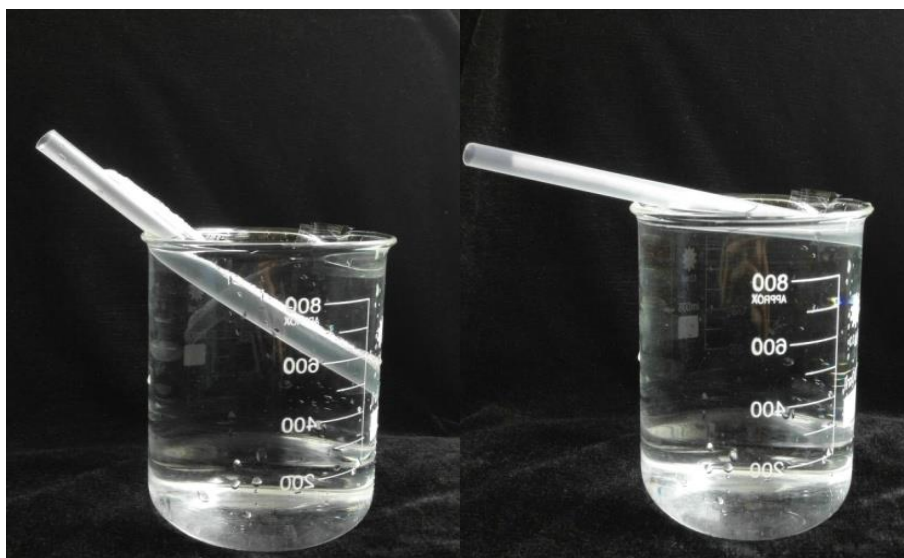


图 23 贴泡沫吸管的最终状态

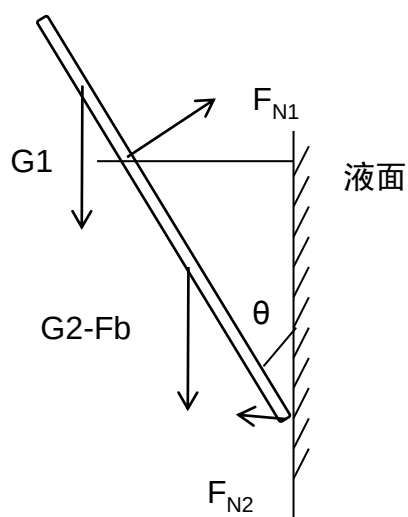


图 24 吸管受力简化示意图

6. 结论

- 1) 气泡的成核主要是因为吸管表面已有较小的气泡核，同时吸管表面的缺陷也利于部分气泡成核；
- 2) 气泡的形核长大与溶液过饱和度相关，新的碳酸水过饱和度高，气泡形成快，长大快，吸管到达最大浮力的时间短；
- 3) 随附着气泡长大，浮力快速增大，但气泡长大到临界值脱离吸管后，浮力开始下降；

- 4) 根据初始浮力不同, 吸管运动分为先倾斜后上浮和上浮后快速倾斜两种情况, 运动及倾斜程度除了和气泡浮力相关外, 还和液面高低及容器口径相关;
- 5) 为了避免吸管浮力变化对理论分析的影响, 采用人造稳定的浮力对吸管受力和运动进行分析, 理论计算和实验结果吻合较好。

此页开始为参考文献部分

参考文献:

[1] S.F.Jones, G.M.Evans,K.P.Galvin. Bubble nucleation from gas cavities[J]. Advances in Colloid and Interface Science, 1999,80:27-50.

此页开始为简历部分

如果有必要，最后可以列出团队成员和指导老师的简历。