

参赛队员姓名：程子霁、杨昊婧、杜闻焘

中学：重庆市育才中学校

省份：重庆市

国家/地区：中国

指导教师姓名：张程鑫

指导教师单位：重庆市育才中学校

论文题目：听不见的音乐喷泉——流体在
超声场中的上涌现象研究

本参赛团队声明所提交的论文是在指导老师指导下进行的研究工作和取得的研究成果。尽本团队所知，除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。若有不实之处，本人愿意承担一切相关责任。

参赛队员：程子霁、杨昊婧、杜闻焘 指导老师：张程鑫

听不见的音乐喷泉——流体在超声场中的 上涌现象研究

摘要：浸没在液体环境中的细管内液面会因为在水浴中增加超声振动而上升。我们将此现象称为“超声喷泉”。本文基于超声波的挤压膜理论与超声波空化效应解释了超声喷泉的成因，分析液面上升的物理机制。为了进一步探究本题目，我们设计实验，利用视频追踪液面上升的动力学过程，定量地发现液面上升高度随细管的内径的增加而减小；且随所浸没液体的密度增大而增大。实验的结果与理论分析符合。通过微距相机，我们拍摄到了超声激发下的液体内部行为，本文观察到了声致空化效应的证据，证明了空化泡破裂所产生的激波的对管中水面上升的正向作用。本文的研究为深入理解声频振动区域流体的动力学行为打下了基础；同时，在应用方面，有制造非机械驱动水泵的潜力。

关键词：超声波、声压、声致毛细效应、空化效应、液体性质、表面张力

目录

摘要	3
1.引言	5
2.理论分析	6
2.1 毛细效应	6
2.2 声压	6
2.3 空化泡的产生	7
2.4 空化泡的动力学特征	8
2.5 空化泡的崩溃	9
2.6 装置的功率与效率	10
2.7 水面高度的改变	11
3.实验验证	11
3.1 实验装置	11
3.2 观察液体的空化效应	12
3.3 影响液体上升最大高度的因素	14
3.3.1 探究液体密度对于液柱上升最大高度的影响	14
3.3.2 探究毛细管内径对于液柱上升高度的影响	15
3.4 液体上升的动力学行为	16
3.5 基于 Arduino 与超声波空化液体喷泉的音频电平计	17
4.结论	17
参考文献	18
致谢	19
附录	20

1. 引言



图 1 一般喷泉示意图

如图 1 所示，喷泉是生活中常见喷水装置，水通过其喷头喷洒出来具有特定形状水花，十分美观。在喷泉中水泵是为水增压从而将其以较大速度喷出的装置。最常见的水泵是通过机械装置增加其储水容器中的气压来实现的。与传统水泵不同，当一根细管浸没在超声波浴中时，除了理论上毛细效应提升的高度以外，细管内的水面也会有进一步的提升，就如同喷泉一样。此前围绕这一现象的研究表明，超声波产生的声压会在水中导致声致压缩效应，使水被压缩后膨胀^[1]；同时，超声波会在水中产生空化效应，使水中产生迅速扩大和爆裂的空化泡，这些空化泡有的是由气体填充，有的则是完全的真空，当空化泡爆裂时，会产生激波^[2]。以上的声致压缩效应导致的水体积膨胀和空化效应产生的激波都会导致细管内水的上升。

上述所有的研究初步解释了在细管中水面上升的原因，但一些研究结论没有被量化，这主要体现在以下几个问题上：1) 液体的密度是否会影响这个现象；2) 细管的口径除了已知的会影响毛细效应以外，是否也会对波的传播有所影响，从而导致细管内水面上升的高度有所区别？如果有又如何通过已知的管径来计算并且预测水面上升的高度？3) 介质为某种已知液体，且液体的一些性质（如密度）会同时影响声波的传导，那是否也可以通过计算预测出液体密度与水面上升高度的关系？

综上所述，本文在前人对超声波中细管内水面上升这一现象的研究基础上，展开了对细管中水上升过程的动力学研究，并通过已知的数据和方程来对细管内水面上升的高度做出预测，求出高度和时间的关系。同时，通过超声波振子振动面与细管之间的距离、管径以及液体密度的数据推导出细管内液体上升的高度与时间关系的同时，我们进一步通过微距相机拍摄的方式观察到了空化效应。本文的安排如下，在第二节中我们建立了理论模型研究了管中水面因超声波的影响而上升的现象，并基于理论模型进行了数值模拟。在第三节中，我们设计实验，验证了理论部分的分析与预言。本文的总结与展望在第四节中给出。

2. 理论分析

2.1 毛细效应

在没有超声波作用的情况下，水面因为毛细效应也会上升，这一上升高度满足^[3]：

$$\Delta H_0 = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r} \quad (1)$$

其中， r 为细管半径， ρ 为液体密度， θ 为液面与管壁的浸润角（与固液材料有关）， σ 为液体的表面张力系数， g 是重力加速度。当考虑液体环境是水而细管由玻璃制成时， $\theta \approx 0$ ^[3]。在毛细作用下，设水面从 H_0 上升至 H_s ，则有 $H_s = H_0 + \Delta H_0$ ，同时毛细效应的附加压强 p_c 带来液面升高产生的压强为：

$$p_c = \rho g \Delta H_0 = \frac{2\sigma}{r} \quad (2)$$

上式表明，毛细效应产生的附加压强与液体表面张力系数成正比，与管径成反比。基于此，我们可以直接推断，在仅考虑毛细作用的情况下，增大液体表面张力系数，减小管径可以获得较大的液面上升高度。

2.2 声压

在超声波浴中，细管内的水面会上升到一个新的高度 H_t ，此时，管内水柱造成的压力变化可表示为 Δp 。此时细管内水上升的过程和结果可以由下图表示：

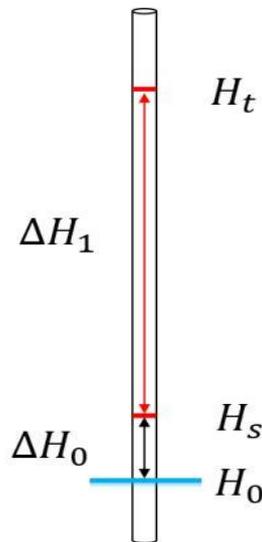


图 2 超声波浴中细管内水面上升情况示意图

毛细效应导致的附加压强表示为 p_c ，声波产生的声压分为两部分，一部分推动水柱上升，另一部分促使空化效应产生，分别表示为 p_r 与 p_s 。因此总的高度变化 ΔH 又可以表示为：

$$\Delta H = \Delta H_0 + \Delta H_1 = \frac{p_c + p_r + p_s}{\rho g} \quad (3)$$

此时根据瑞利辐射压理论，我们假设声波在水中的传导是一个绝热的过程。现在总的推动水柱上升的声压可以表示为^[1]：

$$p_r = \frac{(\gamma + 1)\rho u^2}{4} \quad (4)$$

此时介质比热比为 γ ，水中的声速为 c ， p_a 表示激发声场声压幅值，流体动力学速度幅度为 u 。

我们知道流体动力学速度幅度 u ，可表示为^[1]：

$$u = \frac{2p_a}{\rho c} \quad (5)$$

此式中 p_a 表示激发声场声压幅值。

由式（4）和式（5），我们可以求出推动水柱上升的声压 p_r ：

$$p_r = \frac{(\gamma + 1)p_a^2}{\rho c^2} \quad (6)$$

2.3 空化泡的产生

此时，由于超声空化效应，另一部分的声压 p_s 也产生了作用。在声波的震荡下，溶解在水中的气体析出并形成空化核，在反复压缩和膨胀后，崩塌，释放出激波。我们将空化效应产生空化泡的过程通过下图进行表示：

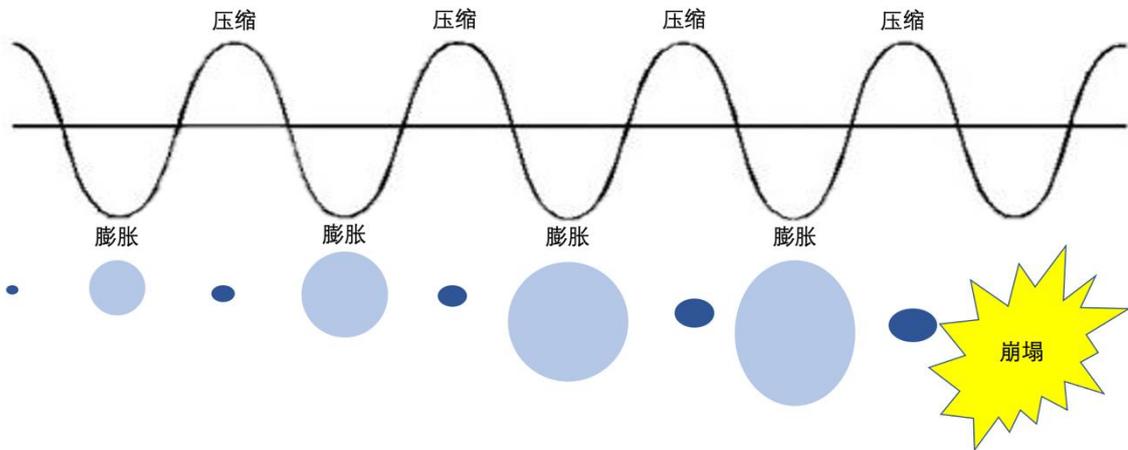


图 3 空化泡成长示意图

值得注意的是如果要引起液体的空化， p_s 必须要达到一个阈值，这是气核从液体中析出的必要条件。这个阈值可以被表示为^[5]：

$$p_s = p_0 + 0.7(T_p - T) \quad (7)$$

在式中 p_0 为环境压力， T_p 为液体的沸点， T 为当前温度。满足以上条件后，又因为空化泡在水中形成空化核的这种现象肯定不是每个位置每个时段都在不停发生的，其一定有概率。因此我们把这个概率表示为成核率 J 。并且形成的空化核分为标准与不标准两种。标准的空化核的成核率为 J_0 ，并且可以将其用公式表示为^[4]：

$$J_0 = \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi m}} V_w \left(\frac{p_v}{\bar{k}T}\right)^2 e^{-\frac{\Delta G}{\bar{k}T}} \quad (8)$$

在此吉布斯自由能为 ΔG ，化学势差为 $\Delta\mu$ ，过饱和比为 S ，玻尔兹曼常数为 \bar{k} ，水分子体积为 V_w ，水分子质量为 m ，水温为 T ，水的饱和蒸气压为 p_v 。这其中，吉布斯自由能 ΔG 可以表示为^[4]：

$$\Delta G = \frac{16\pi\sigma^3 V_w^2}{34\mu^2} \quad (9)$$

式中 σ 为水的表面张力。化学势差 $\Delta\mu$ 可以表示为^[4]：

$$\Delta\mu = \bar{k}T \ln S \quad (10)$$

过饱和比 S 可以表示为^[4]：

$$S = \frac{0.237p_0}{p_v + 4570} + 2.33 \quad (11)$$

又知道标准成核率 J_0 与成核率 J 之间存在关系，且可以表示为^[4]：

$$J = J_0 e^{(-27.56 + \frac{6500}{T})} \quad (12)$$

所以综合式（8），式（9），式（10），式（11）和式（12），成核率 J 可以表示为：

$$J = \left\{ \sqrt{\frac{26}{\pi m}} \left(\frac{p_v}{\bar{k}T}\right)^2 e^{-\frac{16\pi\sigma^3 V_w^2}{3 \left[\bar{k}T \ln \left(\frac{0.237p_0}{p_v + 4570} + 2.33 \right) \right]^2}} \right\} \cdot e^{(-27.56 + \frac{T_0}{T})} \quad (13)$$

在式中， $T_0=6500k$ 。

2.4 空化泡的运动学特征

在上文中我们提到，空化核从水中析出后，在超声波的震荡下，会经历压缩，膨胀的循环，最终崩塌。在这个过程中，单个空化泡的半径 R 会不停放大和缩小。此时，我们把空化泡的运动看作是一个隔热的过程，则根据 Allen J. S.提出的空化气泡振荡模型的理论，半径 R 与液体的密度 ρ 、表面张力 σ 等变量存在下面的关系^[5]：

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[\left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - p_a - p_0 - \frac{2\sigma}{R} \right] \quad (14)$$

在考虑粘性能量损失和气泡辐射阻尼后，上式可以扩展为^[5]：

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[\left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - p_a - p_0 - \frac{2\sigma}{R} \right] - \frac{4\mu}{\rho R} \dot{R} + \frac{R}{\rho c} \frac{d}{dt} \left[\left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - p_a \right] \quad (15)$$

根据式（15），我们在 MATLAB 上对单个空化泡的半径在其寿命内的变化进行了数值模拟，如下图（代码及工具箱见附录 A1）

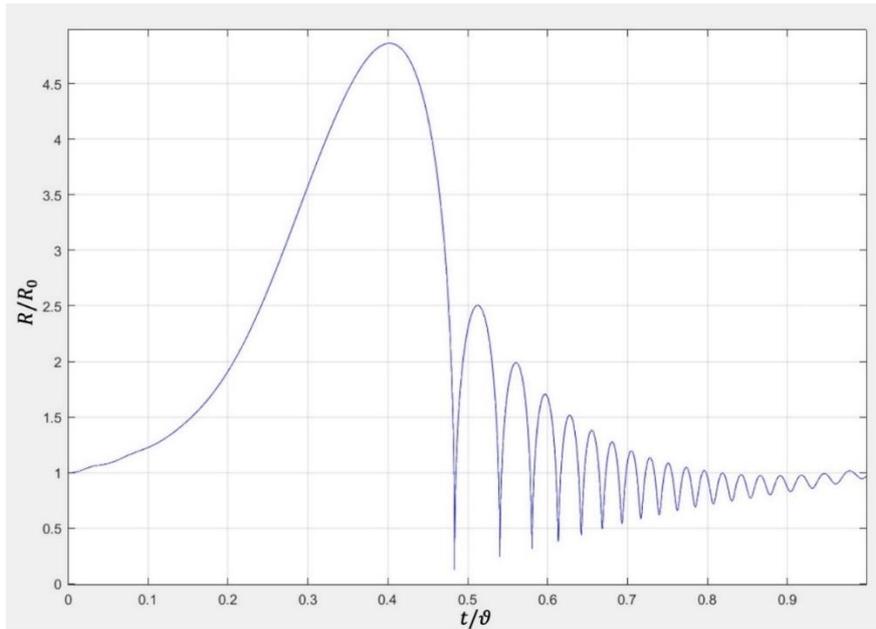


图 4 空化泡动态行为的数值模拟

在这张图中，X 轴表示单个空化泡寿命 t 与声压周期 θ 的比值，Y 轴表示空化泡半径 R 与初始空化泡半径 R_0 的比值。我们假设初始空化泡半径 $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ，环境压力 $p_0 = 1.031 \times 10^5 \text{Pa}$ ，激发声场声压幅值 $p_a = 1.25 \times 10^5 \text{Pa}$ ，超声波频率 $f = 30 \text{kHz}$ ，液体密度 $\rho = 1000 \text{kgm}^{-3}$ ，液体表面张力系数 $\sigma = 0.076 \text{N m}^{-1}$ ，液体中声速 $c = 1481 \text{ms}^{-1}$ ，化学势差 $\mu = 0.001 \text{kgs}^{-1} \text{m}^{-1}$ 。在此，我们可以发现，通过这个模拟数据，空化泡真正的寿命，也就是其扩展到极限然后收缩到极限的时间 τ ，约为声压周期的一半。

2.5 空化泡的崩溃

空化泡在崩塌后，由于气泡内的高压快速释放，会产生一股冲流。当然，这股冲流会产生一股压力。此时根据 Rayleigh-Plesset 模型，我们可以用函数 $p(x)$ 表示水中距离单个空化泡崩塌 x 处的压力^[6]：

$$\frac{p(x) - p_0}{p_0 - p_v} = \frac{R}{3x} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - 4 \right] - \frac{R^4}{3x^4} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - 1 \right] \quad (16)$$

同时，通过式 (13)，我们也可以通过气泡产生概率 J 算出在 x 处的气泡数量 $N_0(x)$ ^[6]：

$$N_0(x) = JdV\tau \quad (17)$$

我们假设，在浸没在超声波浴中的毛细管中，其距离超声波振头末端 x 处会产生一段体积为 dV 的空化云，如下图所示：

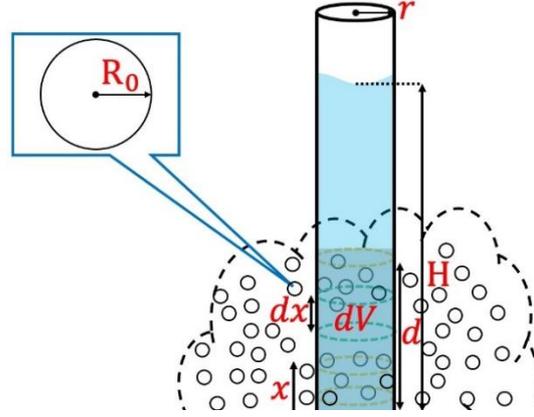


图 5 毛细管内末端产生空化泡的情况

空化云体积 dV ，以毛细管的底面积为底，高度为 dx ，因此可被表示为：

$$dV = \pi r^2 dx \quad (18)$$

与此同时，因为空化泡在管内的最大半径 R_{max} 即为细管半径 r ，因此空化效应产生的冲流提供的压力也有一个贡献率 α ，可被表示为^[6]：

$$\alpha = \left(\frac{R_{max}}{r} \right)^3 \quad (19)$$

如图 4，我们知道实际贡献冲流压力的空化云存在于细管内距最末端的向上距离 d 内，因此，为了求出冲流实际贡献的压力 p_s ，我们联合式(16)，式(17)，式(18)和式(19)，对 x 变量进行了 R 至 d 的积分，最终得出：

$$\begin{aligned} p_s &= \int_R^d \alpha N_0(x) p(x) \\ &= \frac{J\pi\tau R_{max}^3}{r} \int_R^d p(x) dx \\ &= \frac{J\pi\tau R_{max}^3}{r} \left[(p_0 - p_v) \left[\frac{R}{3} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - 4 \right] \ln \frac{d}{R} - \frac{R}{9} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - 1 \right] \cdot \frac{d^3 - R^3}{d^3} \right] - p_0 d \right] \end{aligned} \quad (20)$$

2.6 装置的功率与效率

以上，我们从动力学的角度阐述了液体环境中空化泡的产生并由此发生的液面上升现象。在本小节，我们从能量的角度分析这样一个“超声水泵”的效率。这里，效率是指超声波波源的耗能中用于提升水面的能量占比。理论上泵产生的能量 E_g 可表示为如下式子：

$$E_g = \frac{1}{2} mgH = \frac{1}{2} \pi r^2 \rho g H^2 \quad (21)$$

其中， H 为任意时间下细管内水面的高度。

由于声波有波峰和波谷，管内的水面高度会有起伏，所以实际上实验中检测出来的泵产生的能量是管内水柱在平衡状态下 H_t 的高度下产生的压强，可被表示为：

$$p = \rho g H_t \quad (22)$$

因此，根据式 (21)，泵的功率其实是理论产生能量对时间的求导：

$$P_g = \frac{dE_g}{dt} = \pi r^2 \rho g H \dot{H} = \pi r^2 p \frac{H}{H_t} v_H \quad (23)$$

由此，泵的效率可以被表示为：

$$\eta = \frac{P_g}{P_c} \quad (24)$$

式中 P_c 为超声波振头输出的能量。

那么结合式 (22) 和式 (23)，在 P_g 、 p 都不变的情况下，可以算出水柱实际上升的高度 H ：

$$P_g = \pi r^2 p \frac{H}{H_t} \frac{dH}{dt}$$

$$H = \sqrt{\frac{H_t P_g}{p \pi r^2} t} \quad (25)$$

2.7 水面高度的改变

上一小节中我们算出了水面任意时间高度 H ，并且预测管内水面会因为声波有波峰和波谷而震荡，且存在水面平衡高度 H_t 。若有震荡，那么理论算出的震荡值应存在情况：

$$H \leq \frac{p}{\rho g} \quad (26)$$

此时水面上升的速度 v_H 可以被表示为：

$$v_H = \frac{P_g}{\pi r^2 p} \quad (27)$$

同时，也可以求得震动的频率 f ，并且将其表示为：

$$f = \sqrt{\frac{S \rho g}{M}} \quad (28)$$

式中， S 为细管底面积， M 为细管内水面高度总重。

3. 实验验证

在上文中理论分析的基础上，我们设计实验来具体观察超声环境下水面上升的现象，并对部分结果进行定量验证。在 3.1 节中，我们介绍了本文所设计的实验装置；在 3.2 节中我们观察了液体的空化效应并且进行了一定的讨论；在 3.3 节中，我们探究了影响液体上升最大高度的两个因素。通过这一系列的实验，我们对于本题进行了进一步的研究。

3.1 实验装置

我们设计了如图 6 所示的实验装置来探究与验证影响超声波喷泉的动力学因素。

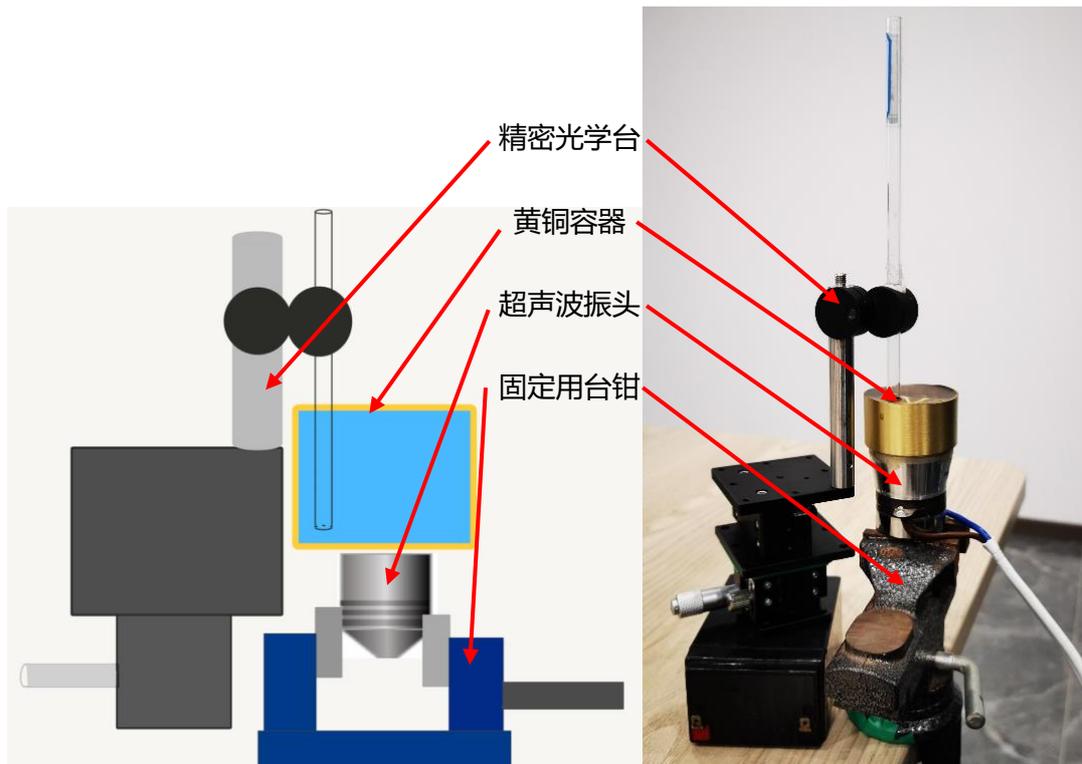


图 6 实验装置示意图与实物图

图 6 是我们实验装置最终的设计图。根据我们的装置示意图，我们搭建了图 6 所示的实物实验装置。如图 6 所示，我们的实验装置分为超声波发生装置和细管固定与升降装置。超声波发生装置部分，本文采用了频率为 28kHz，功率为 60w 的超声波换能器作为超声波源，使用一直径为 48mm，深为 26mm 的圆柱形黄铜容器作为容器，容器和换能器之间通过工业结构胶进行刚性连接。换能器底部通过螺栓与底座刚性连接以避免产生谐振。细管固定与升降部分，我们使用了一个行程为 10mm，精度为 0.02mm 的 z 轴精密升降台作为平台，上方通过长为 12.7mm 不锈钢光学支撑架接杆与一个万向支杆夹与聚甲基丙酸甲酯细管进行连接。由于本文所使用的细管外径明显小于万向支杆夹的内径，在实验中我们使用柔性聚丙烯薄膜为细管与支杆夹之间定制了一套转换器。该转换器在保证细管与支杆夹之间的刚性连接的同时，防止了细管由于外部压强过大而开裂。

3.2 观察液体的空化效应

本实验中，我们以观察是否有空腔的方式来观察液体的空化效应。实验过程中，我们使用水 ($\rho = 1.0g/cm^3$) 作为液体，内径为 3mm 的细管和功率为 60w 的超声波振头，并且控制细管与容器底间隙为 0.05mm，进行对于液体空化效应的观察。同时，我们使用 Laowa 24mm F14 2X Macro Probe Cine 镜头搭配 Sony ILCE-7RII 相机对于所观察到的空腔进行拍照记录。

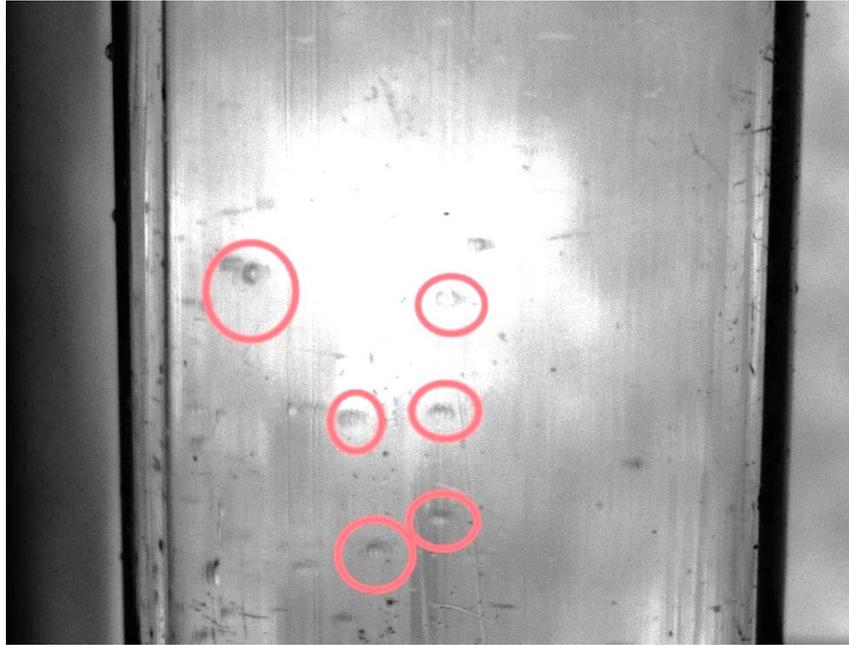


图 7 液体空化效应的产生

如图 7 所示，当打开超声波振头后，管内出现了较为明显的运动的空腔。而当关闭超声波振头时，在管内不能观测到运动的空腔。需要注意的是，空腔是水中的微小气泡在声场的作用下形成并且生长成较大的气泡，这与鱼缸增氧泵所产生的气泡不同。后者是将空气压入水中，使空气中的氧气与水体充分接触后融入水中，从而增加水体的溶氧量，并在此过程中产生大量的气泡。

同时，我们还使用了饮用苏打水作为液体，内径为 4mm 的细管进行实验以佐证空化理论的正确性。



图 8 使用苏打水进行实验时产生的普通气泡与巨大空腔

在超声波打开之前，不论是在黄铜容器中还是在管内都仅能观测到如图 8 中蓝色圈中所示的尺寸较小的，苏打水自然释放的二氧化碳气泡。当打开超声波并运行一段时间至液面高度稳定后，细管内的液面上升了 3.62cm，这远高于使用水作为液体时液面上升的高度 1cm。同时，如图 8 中红色圈中所示，使用苏打水进行实验时出现了较大尺寸的空腔，此空腔高达 1cm，几乎截断了水柱，这足以验证空化理论的正确性以及揭示其在该系统中所起到的重要作用。

值得注意的是，由于超声波振头在运行一段时间后温度会出现较为明显的上升，所以我们观测到运作一段时间后，苏打水所释放的气泡相较于刚加入容器时有明显减少。我们认为这是由于超声波振头在运作时所产生的热量促进了苏打水内所溶解的气体的释放，导致其含气量在一段时间后有明显的减小。为了避免由于超声波振头温度的变化对于实验结果的影响，在后续的每组实验中，我们将在结束一组实验后，等待振头冷却至室温后再更换容器内的液体进行下一组实验。

3.3 影响液体上升最大高度的因素

本实验中，我们从液体密度和细管内径两个变量的角度来探究影响液体上升到最大高度的因素（超声波振头功率为 60w）。

3.3.1 探究液体密度对于液柱上升最大高度的影响

下图是实验过程中使用不同密度的液体所得到的实验结果：

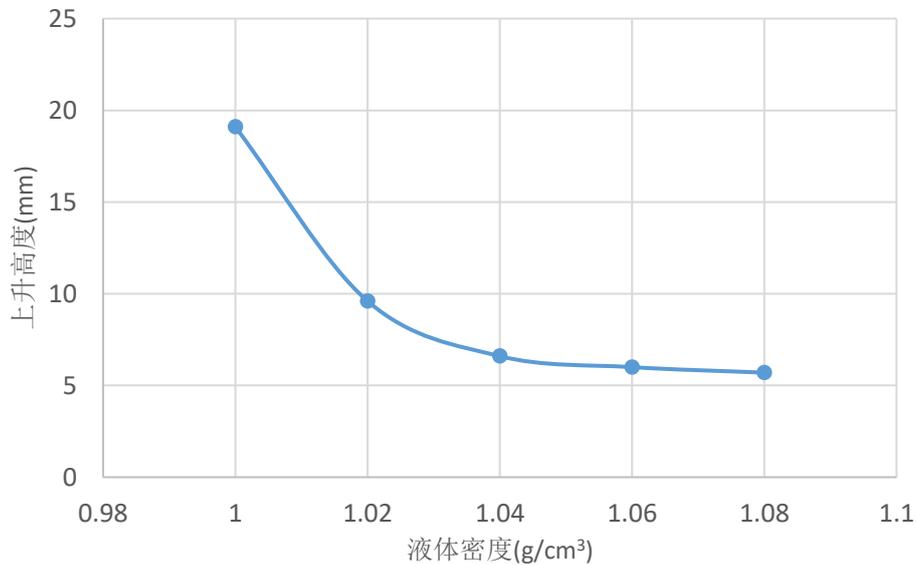


图 9 液体最大上升高度随密度上升的变化图像

图 9 展现了液柱高度与液体密度的关系。图中，纵轴为液柱上升的高度，横轴为液体密度。在本次实验中，我们通过增加盐水的浓度，以 $0.02 g/cm^3$ 为间隔，逐渐增加液体密度。通过测量在不同密度的液体中细管内液柱在稳定状态下的高度，我们绘制了以上的表格。多次实验后，我们发现液体密度对于细管内液柱最大高度有一定的影响。并且通过这几次实验的现象和视频可以得出液柱稳定状态下的最大高度随液体密度的增加而降低，大致呈反相关趋势的结论。这与我们的理论相符。

3.3.2 探究毛细管内径对于液柱上升高度的影响

在本实验中，我们控制液体为水（ $\rho = 1g/cm^3$ ）不变，使用不同内径的细管来探究细管内径对于液柱上升高度的影响。我们使用了下表中所罗列的细管进行实验。

表 1 实验中所用细管参数表

细管内径	外径	长度	材质
3mm	5mm	20cm	有机玻璃
4mm	6mm	20cm	有机玻璃
5mm	7mm	20cm	有机玻璃

下图是实验过程中我们所捕捉到的不同管径内细管的液面高度图像：

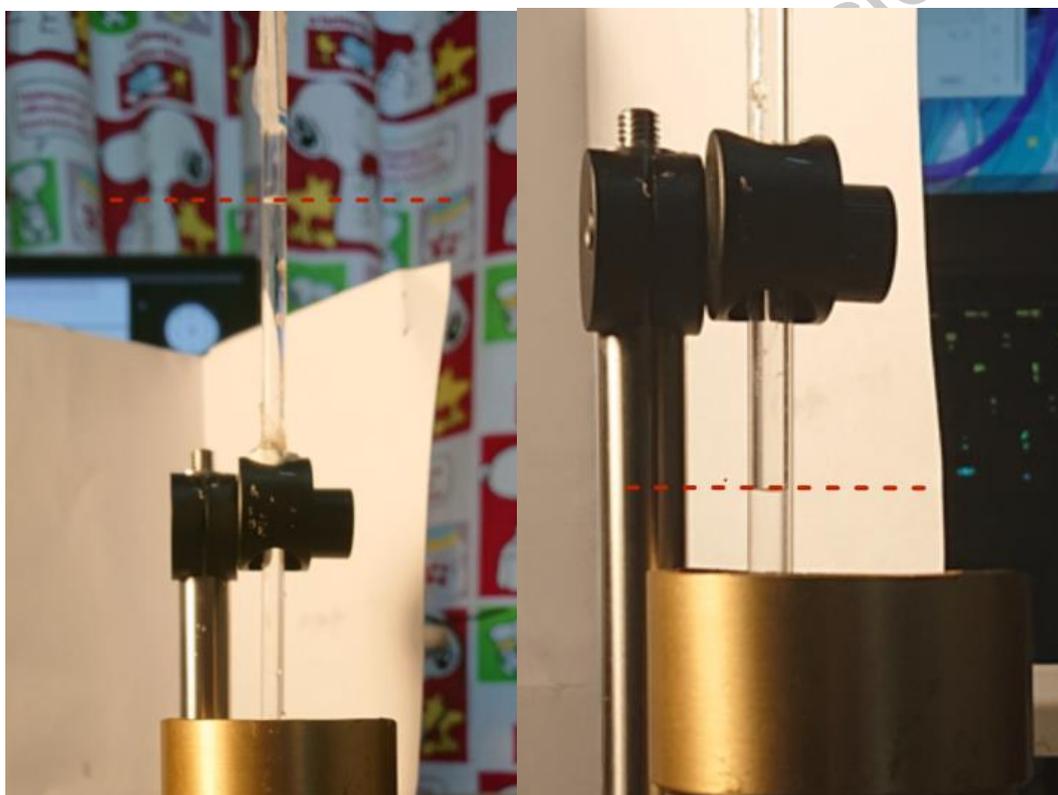


图 10 内径为 3mm 与 4mm 的细管内液面的稳定最大高度

如图 10 所示，在实验过程中，我们观察到在液体密度不变的情况下，通过更改细管的内径能够使细管内液面稳定状态下最大高度产生明显的变化。因此我们通过收集 4 根材质相同但是内径不同的细管的实验数据，绘制了下图：

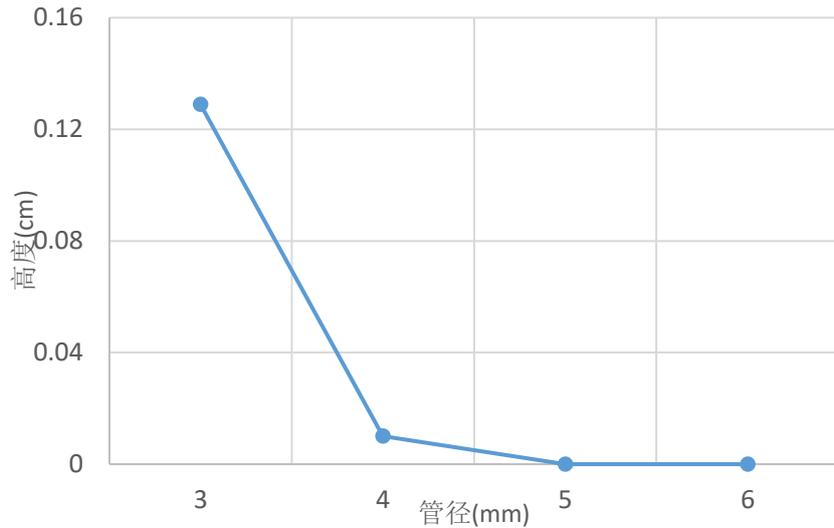


图 11 液体最大上升高度随细管内径增加的变化图像

图 11 展现了液柱高度与细管内径的大致关系。通过图 11 可以发现，随着细管内径的逐步增加，细管内的液柱高度有明显的降低。由此我们得出液体在细管内最大上升高度与细管的管径呈反相关。这与我们的理论相符。

3.4 液体上升的动力学行为

由于我们在之前的实验中发现细管内的水柱上升是一个动态过程，需要经过一段时间才能达到稳定状态，所以我们想要探究液体上升过程中的动力学行为并且设计了本次实验以做进一步的探究。本实验中我们使用内径 4mm 的细管，水 ($\rho = 1g/cm^3$) 作为液体，超声波振头设置在功率 60w，并且使用 tracker 进行数据处理和动力学分析。

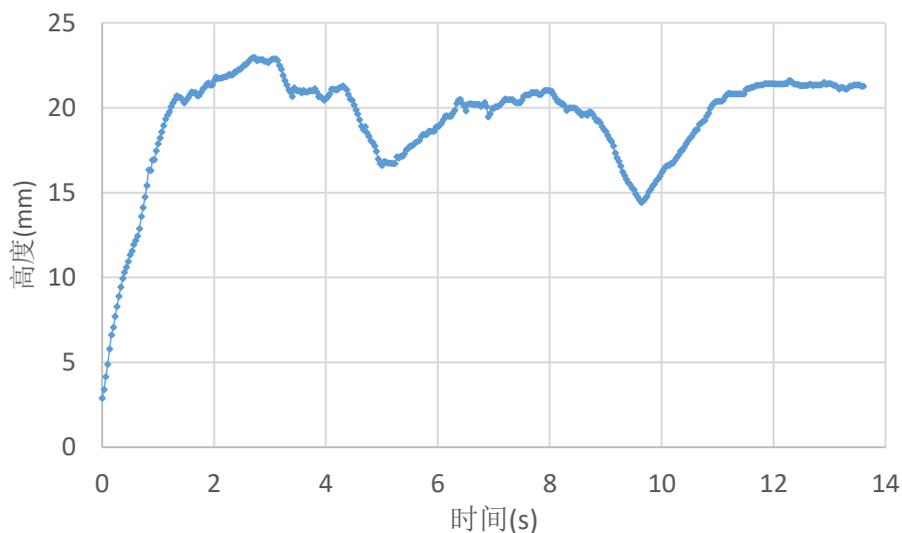


图 12 水柱上升高度/时间图像

经过数据分析,我们得出在该实验条件下的液体上升速度为 13.2mm/s,且在上升过程中是一个近似为匀速运动,最大高度约为 21.08mm。同时我们可以发现,水柱在其最大高度附近存在震荡现象,其震荡频率约为 0.25Hz,这可以用子节 2.7 中理论来解释。

3.5 基于 Arduino 与超声波空化液体喷泉的音频电平计

在本部分中,我们设计了一种使用 Arduino 作为微控制器,使用超声波空化喷泉作为显示装置的音频电平计。该装置可使超声波喷泉的液面高度随着所播放音乐的电平大小而变化。音频播放器(电脑,基于 python 语言)部分,我们使用 python 的 wave 库,提取出一段 .wav 格式音频每一帧的电平,将其存入数组中并进行归一化。当音频转化完成后,主机将与从机(Arduino)通过串口进行通信,将音频电平数据发送至 Arduino 的内存中。发送完毕后,主机使用 python 的 playsound 库播放音频,从机使用 Arduino 的模拟输出端口通过 IRF640B 控制超声波震头的驱动板的输出功率从而控制超声空化液体喷泉的高度。

下面是电路设计图

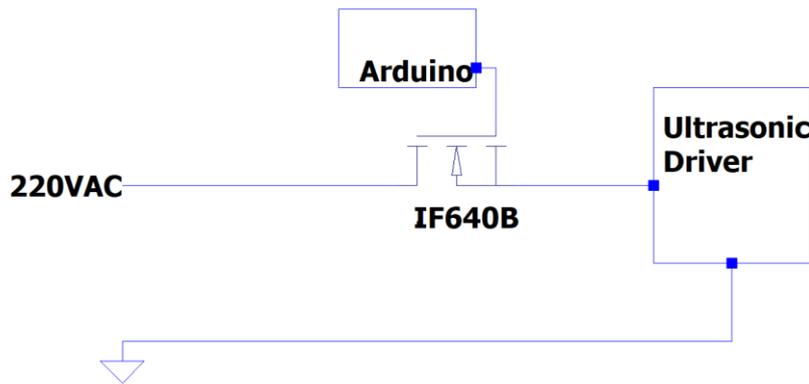


图 13 电平计电路图

4. 结论

针对浸没在超声波浴中的细管内水面上升这一现象,本文研究了其产生的原因、产生的条件、以及各个要素对此现象的影响。当毛细管被浸没进超声波浴,除了其本身因为毛细效应上升的高度外,超声波的产生的声压也会对其产生影响,分为两个部分。首先,根据声致压缩效应,一部分声压将会推动管内的液体上升。其次,根据超声空化效应,剩余的声压会在水中产生空化泡。空化泡是一种由液体中溶解的气体析出或单纯的真空液体中空间被撕裂造成的现象,可以由超声波的声压引发。当空化泡产生,它们会因为声压被反复压缩和膨胀,最后崩溃,产生射流,提供一部分压力来促使细管内水面的上升。本文论证了这一理论对超声波浴中的细管内水面上升这一现象的贡献,并且推出其和高度的关系。同时,论证了管内水面高度会上下震荡这一现象。

象。

进一步的，实验部分中，本文进行了超声空化 1 空腔的拍摄及使用苏打水进行实验，验证了超声空化理论的正确性。同时，本文通过控制液体密度，毛细管管径等变量，探究了影响液体上升高度的因素，得出了液体最大上升高度与液体密度负相关，与管径负相关的结论，验证了我们的理论模型。本文还进行了超声波喷泉的动力学特性研究，证明了管内水面会有上下震荡的现象。

最后，创意性的，我们提出了结合 Arduino 编程与我们的实验装置的音频电平计，这种方式让音频通过水柱的高度反映了出来。不过，我们也相信基于超声波浴中的细管内水面上升这一现象，有很多产品可以在未来被制造出来。比如，此装置是很好的微型水泵的代替品，因为其结构简单，不需要叶片与运动部件，所以维护也很方便。因此，这一类装置在将来的人工心脏和立体农场精确输水控水上也许可以造福人类。

参考文献

- [1] T. Hasegawa, D. Koyama, K. Nakamura, et al. Modeling and Performance Evaluation of an Ultrasonic Suction Pump[J]. Japanese Journal of Applied Physics, 2008, 47(5issue2):4248-4252.
- [2] N. V. Dezhkunov, T. G. Leighton. Study into Correlation between the Ultrasonic Capillary Effect and Sonoluminescence. Journal of Engineering Physics & Thermophysics, 2004, 77(1):53-61.
- [3] M. Tagawa, E. Uchida, S. Takechi, et al. Capillarity in Glass Tubes Coated with 6-Nylon. Journal of Japan Oil Chemists Society, 1987, 36(2):110-116.
- [4] N. V. Dezhkunov, P. P. Prokhorenko. Action of ultrasound on the rise of a liquid in a capillary tube and its dependence on the properties of the liquid[J]. Journal of Engineering Physics, 1980, 39(3):1014-1019.
- [5] J. S. Allen, R. A. Roy. An analytical and numerical study of nonlinear bubble oscillations in viscoelastic fluids. Journal of the Acoustical Society of America, 1996, 99(4):2560-2574.
- [6] 洪锋, 高振军, 袁建平. 基于 Rayleigh-Plesset 方程的空化模型改进与应用. 农业机械学报, 2018, v. 49 (02) :133-139.

致谢

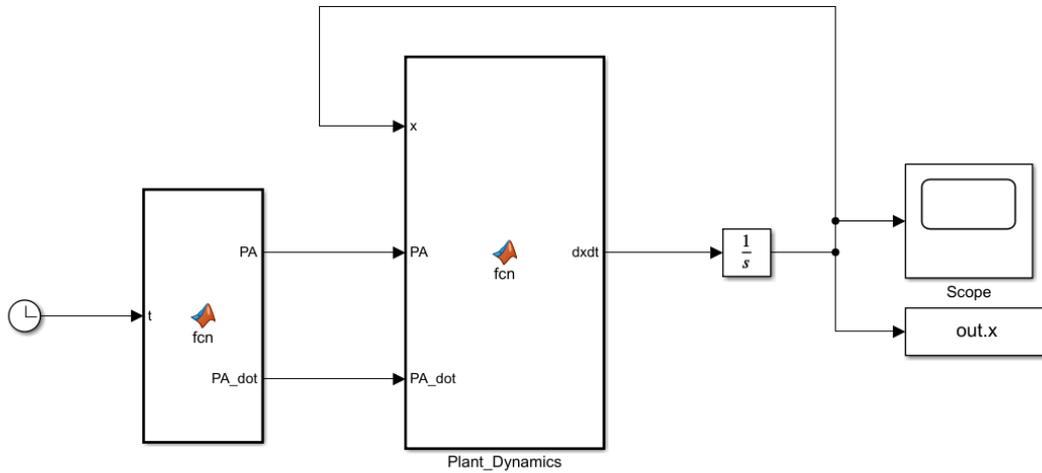
本文选题受到 IYPT2021 发布课题 16 的启发，但是研究重点与该课题不同。除了关注声音在超声波激励下的上升原因，我们着重研究了这一上升现象的影响参数以及其动力学行为。

感谢重庆市育才中学校为我们提供的场地，器材支持及帮助。
感谢张程鑫老师对我们论文思路的指导，写作的修改建议以及实验设计的帮助。

本次研究中，程子霁推导及整理了理论模型并且撰写了文中理论部分；杜闻焘和杨昊婧设计了实验装置，完成了实验验证和结果的分析，并撰写了文中实验部分。所有作者参与了全文的修改、校对和定稿。

附录

A1. MATLAB 代码



附图 1：空化泡动力学模拟 Simulink 逻辑箱图

主程序：

```
% ODE
```

```
clear
```

```
clc
```

```
%% Parameters
```

```
%the liquid we use in this simulation is water
```

```
params.rho = 1000; %density of the liquid
```

```
params.sigma = 0.076; %surface tension index of the liquid
```

```
params.mu = 0.001; %chemical potential difference
```

```
params.c = 1481; %sound speed in the liquid
```

```
params.P0 = 1.013e5; %environmental pressure
```

```
params.fa = 3e4; %frequency of the ultrasonic wave
```

```
params.Pa = 1.25e5; %excitation sound field pressure amplitude
```

```
params.n = 1.4; %the number of the cavity
```

```
params.R0 = 4.5e-6; %radius of the cavity
```

```
params.Pv = 3e3; %vaporous pressure
```

```
%% Initial Condition
```

```
x_0 = [params.R0;0];
```

```
%% Simulations
```

```
k = 1;
```

```
sim_time = k/params.fa;
```

```
Sim = sim( 'ODE2019.slx' );
```

```

t = Sim.x.time;
x_data = Sim.x.data;
%% Data Analysis
figure
plot(t/(sim_time/k),x_data(:,1)/params.R0,'b-');
hold on
grid on
xlabel('t/T');
ylabel('R/R_{0}');

```

在主程序的 parameter 部分，我们将相关参数传入了 MATLAB 的 workspace；Initial Condition 部分，我们设定了微分方程求解的初始条件；Simulation 部分，我们调用了事先编写好的 Simulink 模拟程序；Data Analysis 部分，我们对 Simulink 输出的数据进行了数据处理，并进行了画图

模拟初始化：

```

function [PA,PA_dot] = fcn(t,params)
fa = params.fa;
Pa = params.Pa;

PA = -Pa*sin(2*pi*fa*t);
PA_dot = -Pa*2*pi*fa*cos(2*pi*fa*t);
end

```

该函数调用了在 main 函数中初始化的 params 参数，并输出了超声波波形函数 PA 及一个方便计算用的临时变量。

求解微分方程：

```

function dxdt = fcn(x,PA,PA_dot,params)
% Parameters
rho = params.rho;
sigma = params.sigma;
mu = params.mu;
c = params.c;
P0 = params.P0;
n = params.n;
R0 = params.R0;
% output initials
dxdt = zeros(2,1);
% output
if abs(x(1)) >= 1e-10
    nlPart_1 = -3/(2*x(1))*x(2)^2;

```

```
nlPart_2 = 1/(rho*x(1))*((P0 + 2*sigma/R0)*(R0/x(1))^(3*n) - PA - P0 - 2*sigma/x(1));
nlPart_3 = -4*mu/(rho*x(1)^2)*x(2);
nlPart_4 = 1/(rho*c)*((P0 + 2*sigma/R0)^3*n*(R0/x(1))^(3*n-1)*(-
R0/x(1)^2)*x(2) - PA_dot);
dxdt(1) = x(2);
dxdt(2) = nlPart_1 + nlPart_2 + nlPart_3 + nlPart_4;
else
dxdt(1) = x(2);
dxdt(2) = 0;
end

end
```

该函数接收了来自初始化函数输出的两个波形，并调用 `main` 中初始化的参数，进行微分方程的求解，最后输出当前时间步的导数值 `dxdt`。